

NOM, PRENOM (en majuscules)

SECTION (entourez votre section)

Biologie

Géographie

Géologie

PHYS-F-205

Physique 2

Examen du 23 mai 2016

I. Théorie (20 points – 1 heure 15')

Justifiez toujours vos réponses.

(les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte)

Les résultats numériques doivent être exprimés

- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Note théorie : /20

1.

a) **Enoncez la loi de Gauss, en précisant toutes les grandeurs et symboles mathématiques que vous introduisez. Utilisez-la pour établir l'expression du champ électrique à l'extérieur d'une sphère conductrice de rayon R placée dans le vide, uniformément chargée, à l'équilibre statique et portant une densité de charge surfacique positive $+\sigma$.**

(4 points)

b) **Que vaut l'intensité du champ électrique à l'intérieur de la sphère ? Justifiez.**

(1 point)

a) Loi de Gauss :
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

où $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ est le flux du champ électrique à travers une surface de Gauss fermée, Q est la charge totale enfermée dans la surface de Gauss et ϵ_0 est la permittivité du vide.

Par symétrie de la distribution de charge, le champ électrique est radial et son intensité ne dépend que de la distance r au centre de la sphère chargée.

On choisit donc comme surface de Gauss une sphère de rayon $r > R$ de même centre que la sphère conductrice. Alors :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E(r)$$

La charge totale sur la sphère conductrice enfermée dans la surface de Gauss vaut $Q = \sigma \cdot 4\pi R^2$.

Donc $E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$, dans la direction radiale.

b) A l'équilibre statique, le champ est nul dans la sphère conductrice : un champ non-nul provoquerait le déplacement des électrons du conducteur.

2. Définissez, en précisant toutes les grandeurs et symboles mathématiques que vous introduisez :

a) perméabilité du vide

b) résistivité électrique

c) différence de potentiel électrostatique entre le point A et le point B

d) inductance d'un solénoïde

(4 points)

a) A une distance r d'un fil rectiligne parcouru par un courant d'intensité I , l'intensité du champ magnétique dans le vide vaut : $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, où μ_0 est la perméabilité du vide.

Ou encore : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}$.

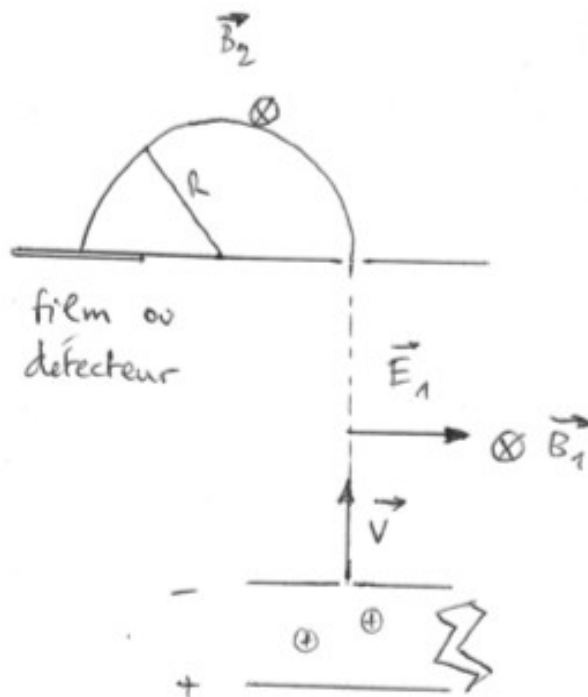
b) La résistance d'un barreau de longueur l et de section S est : $R = \frac{\rho l}{S}$, où ρ est la résistivité du matériau.

c) Une des définitions possibles : la différence de potentiel électrostatique entre deux points est la différence d'énergie potentielle électrostatique entre ces points par unité de charge.

d) L'inductance est le paramètre L qui relie la f.é.m. induite et la variation du courant dans le solénoïde :

$$\epsilon = L \frac{dI}{dt} .$$

3. Expliquez le principe de fonctionnement du spectromètre de masse à partir des lois qui décrivent les forces électrique et magnétique.
(4 points)



Le spectromètre de masse comporte :

- une source d'ions des différents composants du matériau à analyser, qui produit un faisceau d'ions de masses et de vitesses différentes ;
- un sélecteur de vitesse, avec un champ magnétique \vec{B}_1 perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} des ions, et un champ électrique \vec{E}_1 perpendiculaire à \vec{v} et \vec{B}_1 (voir la figure). Seuls les ions dont la vitesse est telle que la force totale $\vec{F} = q\vec{E}_1 + q\vec{v} \times \vec{B}_1$ est nulle poursuivent en ligne droite, soit ceux dont la norme de la vitesse vaut $v = \frac{E_1}{B_1}$;
- un séparateur avec seulement un champ magnétique \vec{B}_2 perpendiculaire à \vec{v} . Dans ce champ, les ions soumis à une force centripète d'intensité $qvB_2 = m\frac{v^2}{R}$, soit : $R = m\frac{v}{qB_2}$. Le rayon est donc proportionnel à la masse de l'ion, et celui-ci est alors détecté à un endroit bien spécifique dépendant de sa masse.

4. Expliquez le fonctionnement des transformateurs et leur rôle dans la distribution de l'énergie électrique.
(4 points)

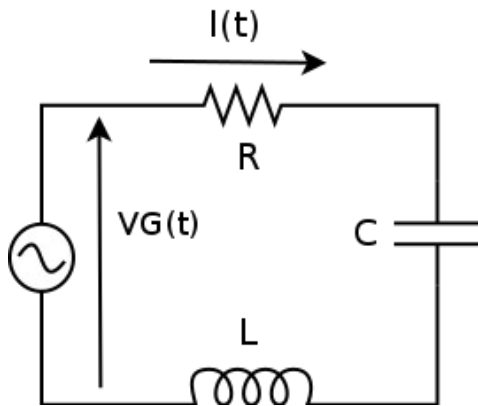
Un transformateur est constitué d'un cadre ferromagnétique et de deux bobinages enroulés sur ce cadre, le primaire et le secondaire. Le primaire est alimenté en tension alternative d'amplitude ϵ_p .

Le champ magnétique étant négligeable hors du cadre, les spires du secondaire sont traversées par le même flux magnétique que les spires du primaire. Alors les tensions au primaire et au secondaire sont liées par :

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_p} = \frac{-N_s \frac{d\Phi_B}{dt}}{-N_p \frac{d\Phi_B}{dt}} = \frac{N_s}{N_p}.$$

Pour limiter les pertes par effet Joule dans les lignes de distribution, on a intérêt à transporter la puissance électrique à haute tension et faible courant. On utilise donc un transformateur élévateur de tension près de la centrale, et un transformateur abaisseur de tension près du consommateur pour ramener la tension à une valeur de 230 V (efficace).

5. Un circuit est composé d'une résistance R , d'une capacité C et d'une inductance L reliées en série à un générateur de tension sinusoïdale. Établissez l'expression de la pulsation de résonance du circuit.
(3 points)



Réponse courte : la pulsation de résonance est définie comme la pulsation pour laquelle le courant dans le circuit est maximum.

C'est le cas quand les tensions aux bornes de la capacité et aux bornes de la self, qui sont en opposition de phase, s'annulent. Or leurs amplitudes respectives s'expriment comme $L\omega I_0$ et $\frac{I_0}{C\omega}$.

Donc $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$ à la pulsation de résonance $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$.

NOM, PRENOM (en majuscules)

SECTION (entourez votre section)

Biologie

Géographie

Géologie

PHYS-F-205

Physique 2

Examen du 23 mai 2016

II. Exercices (20 points – 2 heures)

Justifiez toujours vos réponses.

(les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte)

Les résultats numériques doivent être exprimés

- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Questions 1 /5 2 /5 3 /5 4 /5

Note totale exercices : /20

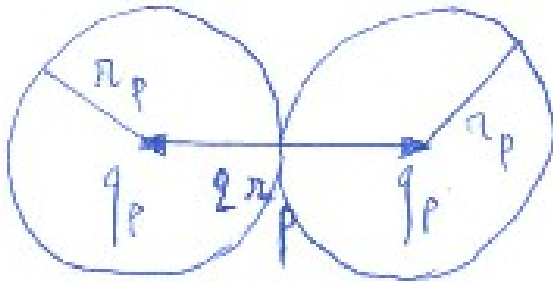
1. On veut provoquer la fusion de protons en bombardant une cible d'ions H^+ au repos avec un faisceau de protons. La fusion a de bonnes chances de se produire si deux protons arrivent au contact l'un avec l'autre.

a) Estimez l'énergie potentielle électrostatique d'un proton au contact d'un autre proton. Prenez $0,84 \cdot 10^{-15}$ m comme valeur du rayon du proton et supposez que la charge électrique des protons est concentrée au centre de ceux-ci.

(2 points)

b) Les protons du faisceau sont accélérés par un cyclotron dont le champ magnétique vaut 0,65 Tesla. Quel doit être le rayon de ce cyclotron pour communiquer suffisamment d'énergie aux protons du faisceau pour provoquer la fusion ? Prenez $1,7 \cdot 10^{-27}$ kg comme masse du proton.

(3 points)



a) L'énergie potentielle se calcule à partir du potentiel dû à une charge ponctuelle :

$$E_{pot} = q_p V(r=2r_p) = \frac{q_p^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r_p}, \text{ où } q_p \text{ et } r_p \text{ sont la charge et le rayon du proton.}$$

$$\text{Donc : } E_{pot} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 0,84 \cdot 10^{-15}} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$$

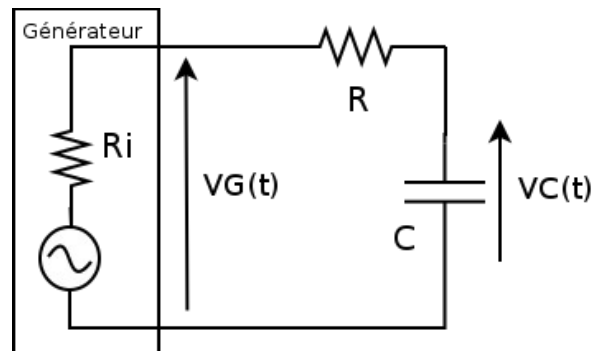
b) Il faut communiquer une énergie cinétique au moins égale à l'énergie potentielle de contact.

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m_p v^2 \text{ et dans le cyclotron, sur une orbite de rayon R, la quantité de mouvement du proton } p = m_p v = q_p BR, \text{ donc : } E_{cin} = \frac{1}{2} \frac{(q_p BR)^2}{m_p}.$$

Donc à la sortie l'orbite doit avoir un rayon de :

$$R = \frac{\sqrt{2 E_{cin} m_p}}{q_p B} = \frac{\sqrt{2 \cdot 1,37 \cdot 10^{-13} \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,65} = 21 \text{ cm.}$$

2. Un générateur de tension alternative de résistance interne R_i fournit une tension sinusoïdale de fréquence variable et de 5,0 V d'amplitude quand aucun circuit n'y est connecté. On y connecte le circuit représenté ci-dessous, qui comporte une capacité de $2,5 \mu\text{F}$ et une résistance de $2,0 \text{ k}\Omega$ en série.

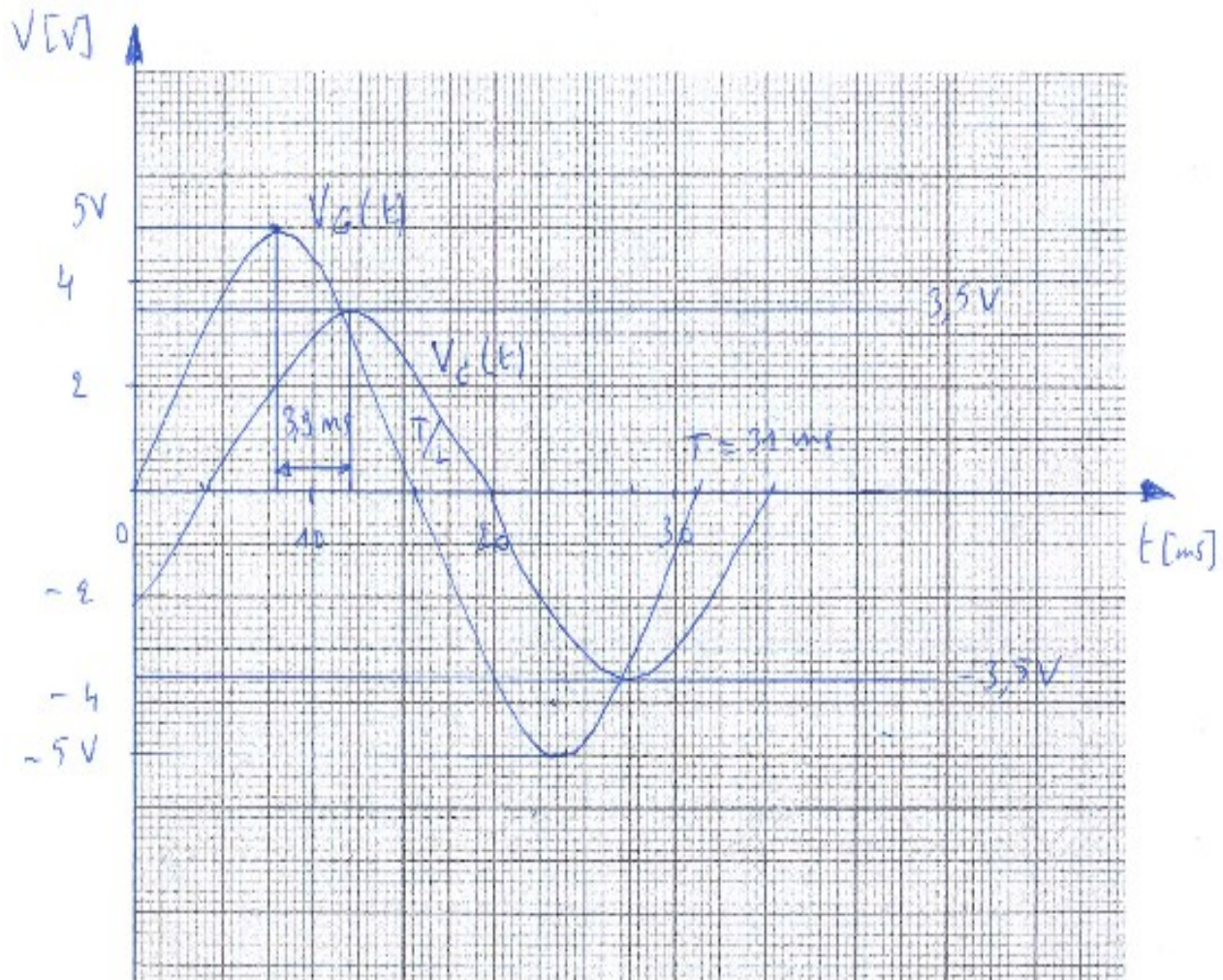


a) Dans un premier temps, supposez que le générateur est idéal ($R_i = 0 \Omega$). Représentez les tensions sinusoïdales $V_G(t)$ et $V_C(t)$ en fonction du temps sur le graphique millimétré, pour un signal dont la fréquence est égale à la fréquence de coupure du circuit. Calculez les valeurs de tous les paramètres importants et indiquez-les sur le graphique.

(4 points)

b) Supposez à présent que le générateur a une résistance interne de 50Ω . Si on fait varier la fréquence de 1 Hz à 1 MHz, pour quelle fréquence l'amplitude de la tension $V_C(t)$ aux bornes du générateur est-elle la plus petite ? Justifiez.

(1 point)



a) fréquence de coupure:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = 200 \text{ Hz}$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 32 \text{ Hz}$$

$$T_c = \frac{1}{f_c} = 31 \text{ ms}$$

Amplitude $V_{C,0}$ de $V_C(t)$:

$$\text{Gain} = \frac{V_{C,0}}{V_{G,0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

Pour $\omega = \omega_c$ le gain vaut 0,707; donc $V_{C,0} = 3,5 \text{ V}$.

Déphasage de $V_C(t)$ p/r à $V_G(t)$:

$\varphi = \arctan(-\omega/\omega_c)$; pour $\omega = \omega_c$ le déphasage vaut $-\pi/4$. La tension aux bornes de la capacité est donc en retard de $\frac{\varphi}{2\pi} T_c = 3,9 \text{ ms}$ sur $V_G(t)$.

b) L'effet de R_i est le plus grand quand le courant fourni par le générateur est le plus grand, c'est-à-dire quand l'impédance du circuit est la plus petite.

L'impédance totale $X_t = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ est minimum quand ω est maximum, donc quand $f = 1 \text{ MHz}$.

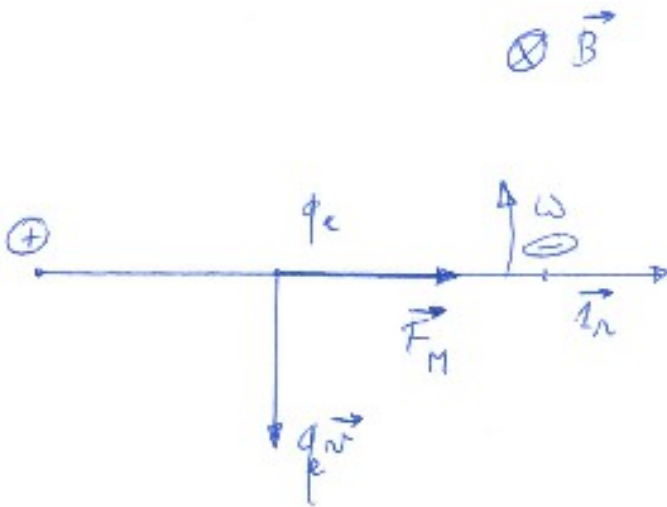
3. Un mince barreau de métal de longueur L tourne dans un plan horizontal autour d'une de ses extrémités, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, avec une vitesse angulaire constante ω . Il tourne dans un champ magnétique vertical, uniforme et dirigé vers le bas.

a) Etablissez l'expression de la force magnétique qui s'exerce sur les électrons du métal à une distance r de l'extrémité fixe. Faites un schéma et notez le sens de cette force. Déduisez l'expression du champ électrique qui règne à l'équilibre dans le barreau.

(3 points)

b) Etablissez l'expression de la force électromotrice qui règne à l'équilibre entre les extrémités du barreau. L'extrémité fixe est-elle à un potentiel positif ou négatif par rapport à l'extrémité mobile ? Justifiez.

(2 points)



a) Soit $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ la charge de l'électron.

La force magnétique sur un électron à distance r de l'axe de rotation se calcule par :

$$\vec{F}_M = q_e \vec{v} \times \vec{B} = -q_e v B \vec{1}_r = -q_e \omega r B \vec{1}_r \quad (\text{voir sens sur le schéma}).$$

Elle est proportionnelle à r car la vitesse de rotation de l'électron est proportionnelle à r .

A l'équilibre : $\vec{F}_M + \vec{F}_E = 0$ donc $\vec{F}_E = q_e \omega r B \vec{1}_r$; donc le champ électrique

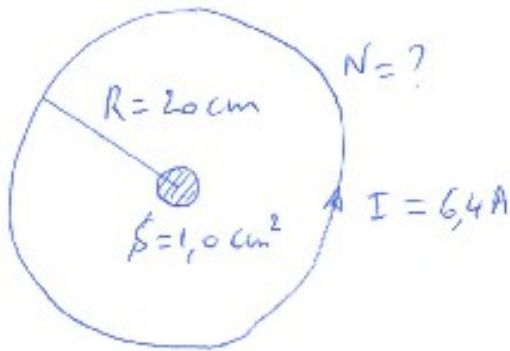
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q_e} = \omega r B \vec{1}_r$$

b) On intègre le champ électrique le long du barreau. En valeur absolue :

$$f.é.m. = \int_0^L E(r) dr = \int_0^L \omega B r dr = \frac{\omega B L^2}{2} .$$

La polarité est représentée sur le schéma : le pôle + du barreau est du côté où les charges + s'accumulent.

4. Une bobine circulaire plate de 20 cm de rayon est formée de spires de cuivre serrées de résistance négligeable. Elle est parcourue par un courant alternatif sinusoïdal de 6,4 A d'amplitude et de 50 Hz de fréquence. On place en son centre une spire conductrice dont le rayon est petit par rapport à celui de la bobine, de sorte que la petite spire baigne dans un champ magnétique quasi-uniforme. La section de la petite spire est de 1,0 cm² et elle est orientée dans le plan de la bobine. On mesure une tension de 10 μV d'amplitude aux bornes de la petite spire. Combien de spires la grande bobine comporte-t-elle ? (5 points)



La f.é.m. aux bornes de la spire s'exprime comme :

$$V_s(t) = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -S \frac{dB(t)}{dt}, \text{ où } B(t) \text{ est le champ au centre de la bobine.}$$

On sait que le champ dû à une boucle de courant s'exprime en fonction du courant I et du rayon R de la boucle comme :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

pour une seule spire ; donc pour N spires :

$$B(t) = \frac{N \mu_0 I(t)}{2R}$$

Le courant est sinusoïdal : $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$.

En combinant tout :

$$V_s(t) = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -S \frac{dB(t)}{dt}, \text{ dont l'amplitude est de } 10 \text{ } \mu\text{V.}$$

Donc :

$$N = \frac{2 R V_0}{S \mu_0 N \omega I_0} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{10^{-4} \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \pi \cdot 50 \cdot 6,4} = 16 \text{ spires.}$$