NOM, PRENOM (en majuscules) **….…………………………...………………………..……**

SECTION (barrer la mention inutile)

Biologie **Géographie** **Géologie**

PHYS-F-205

Physique 2

Examen du 1 septembre 2011

I. Théorie (20 points – 1 heure 15')

Justifiez toujours vos réponses.
(les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte)

Les résultats numériques doivent être exprimés
- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Note théorie : **/20**

1. Énoncez la loi d'induction de Faraday, en définissant toutes les grandeurs qui y interviennent. Quel est le signe de la force électromotrice induite dans une spire horizontale si elle baigne dans un champ magnétique orienté vers le haut et croissant au cours du temps ? Faites un schéma.
(5 points)

Une des formes valables :

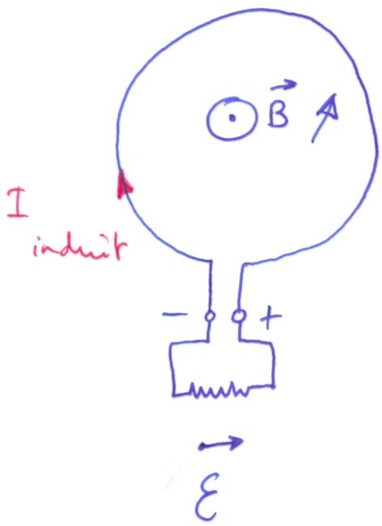
$$\varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt}$$

avec

ε : force électromotrice induite

ϕ_B : flux du champ magnétique

F.é.m. induite aux bornes de la spire : le courant induit génère un champ magnétique qui s'oppose à la variation du flux du champ extérieur.



2. Donnez les unités des grandeurs physiques suivantes dans le système international :
a) flux du champ électrique à travers une surface fermée
b) courant électrique
(2 points)

a) $N.C^{-1}.m^2$ ou V.m

b) A

3. Établissez l'expression de la capacité d'un système de deux plaques conductrices parallèles de section *S*, séparées d'une couche d'air d'épaisseur *d*, et portant des charges respectivement +*Q* et -*Q*.
(5 points)

Capacité définie comme: $C = \frac{Q}{V}$ où V est la différence de potentiel entre la plaque de charge -Q et celle de charge +Q.

La ddp se calcule par: $V = -\int \vec{E} . \vec{dl}$
et par symétrie le champ entre les plaques est uniforme et perpendiculaire aux plaques, donc V = -E.d

Champ d'une plaque uniformément chargée avec une densité de charge σ = +Q/S (resp. -Q/S):

$$E_1 = \frac{Q}{2S\varepsilon}$$

dirigé en s'éloignant (resp. dirigé en se rapprochant) de la plaque chargée positivement (resp. négativement); ε est la permittivité du milieu entre les plaques.

Entre les plaques, les champs dus aux deux plaques sont de même intensité et de même direction, donc leur somme vaut :

$$E = \frac{Q}{S\varepsilon}$$

dirigé vers la plaque de charge -Q.

Donc la ddp entre la plaque de charge -Q et celle de charge +Q vaut :

$$V = \frac{Qd}{S\varepsilon}$$

et

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}.$$

4. On considère un circuit RC série dont la capacité est initialement déchargée. Une tension V est appliquée aux bornes du circuit au temps t=0.
a) Calculez l'expression du courant dans le circuit en fonction du temps. (2 points)
b) Calculez l'expression du temps nécessaire pour que la capacité soit à moitie chargée. (2 points)

a) voir cours.

b) lorsque la capacité est à moitié chargée, la tension entre les armatures est la moitié de la tension maximum. Comme :

$$V(t)=V.(1-e^{-t/RC})$$

on cherche $t_{1/2}$ tel que $V(t_{1/2}) = V/2$.

On trouve : $t_{1/2} = RC.\ln(2)$.

5. Démontrez l'expression de la force que subit un fil conducteur rectiligne de longueur *l* parcouru d'un courant *I* lorsqu'il est environné d'un champ magnétique constant de direction quelconque (4 points).

Force sur une charge en mouvement dans le fil :

$$\vec{F}=q\vec{v}\,x\,\vec{B}=qvB\sin\alpha.\overrightarrow{1_{perp}}$$

où α est l'angle entre les vecteurs vitesse et champ magnétique et $\overrightarrow{1_{perp}}$ est un vecteur perpendiculaire au plan formé par *v* et *B* et dont le sens est donné par une des règles habituelles.

Dans un fil parcouru par un courant *I*, le nombre de charges contenues dans un segment de fil de longueur *l* est :

$$n=\eta S l$$

où η est la densité volumique de porteurs de charge.

Donc ce segment subit une force :

$$\vec{F}=l.qS\eta v.B\sin\alpha.\overrightarrow{1_{perp}}$$

or le courant qui traverse une section *S* de fil vaut :

$$I=q.\eta.Sv$$

Donc :

$$\vec{F}=l.I.B.sin\alpha.\overrightarrow{1_{perp}}$$

NOM, PRENOM (en majuscules) ..………………………...……………………..……

SECTION (barrer la mention inutile)

Biologie **Géographie** **Géologie**

PHYS-F-205

Physique 2

Examen du 1 septembre 2011

II. Exercices (20 points – 2 heures)

<u>Justifiez toujours vos réponses.</u>
(les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte)

Les résultats numériques doivent être exprimés
- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Questions (/ 04)	**1**	**2**	**3**	**4**

Note totale exercices : **/20**

1. Deux charges ponctuelles égales sont placées à une distance *d* l'une de l'autre. On s'intéresse au champ électrique sur l'axe perpendiculaire au segment de droite qui joint les deux charges et qui passe par le milieu de ce segment.
a) Donnez l'expression de ce champ électrique en fonction de la distance *x* sur l'axe. (3 points)
b) Donnez et justifiez la valeur du champ en *x* = 0. (1 point)
c) Donnez une expression approchée du champ lorsque *x* est grand par rapport à *d*. Justifiez. (1 point)

a) Les champs dus aux deux charges s'additionnent. Par symétrie le champ est selon l'axe. Les composantes parallèles à l'axe s'additionnent et les composantes perpendiculaires à l'axe s'annulent.

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=2.\,E_1.\cos\theta.\,\vec{1}_x.$$

La norme du champ dû à la première charge vaut :

$$E_1=\frac{kq}{r^2}=\frac{kq}{x^2+(d/2)^2}$$

et on exprime $\cos\theta$ par :

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{x}{\sqrt{x^2+(d/2)^2}}.$$

Dès lors le module du champ s'exprime comme :

$$E=\frac{2\mathrm{kq.x}}{\left(x^2+\frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}.$$

b) E = 0 V/m par symétrie ou en remplaçant x par 0 dans l'expression ci-dessus.

c) Lorsque x >> d les deux charges semblent confondues et leur effet est le même que celui d'une charge double à distance d:

$$E=\frac{2\mathrm{kq}}{x^2}.$$

On arrive à la même conclusion en négligeant le terme en $d^2/4$ dans l'expression complète:

$$E\simeq\frac{2\mathrm{kq.x}}{(x^2)^{3/2}}=\frac{2\mathrm{kq}}{x^2}.$$

2. Un élément résistif est formé de deux barreaux mis bout à bout. Ces barreaux, de même longueur *l* et de même section *S*, sont constitués de matériaux de résistivités différentes ρ_1 et ρ_2.
a) Donnez l'expression de la résistance totale de l'élément en fonction des dimensions et résistivités des barreaux. (2 points)
b) On applique une différence de potentiel *V* entre les extrémités de l'élément. Donnez l'expression du champ électrique dans chaque barreau, en fonction de *V*, des dimensions et résistivités des barreaux. (3 points)

a) La résistance de chaque barreau s'exprime comme :

$$R_i = \frac{\rho_i l}{S}$$

et les deux barreaux sont en série, donc la résistance totale :

$$R_{tot} = R_1 + R_2 = (\rho_1 + \rho_2)\frac{l}{S}.$$

b) Un courant $I = V/R_{tot}$ circule dans l'élément résistif. La densité de courant $J = I/S$ est constante le long de l'élément car la section est la même pour les deux barreaux. Dès lors le champ électrique dans le barreau i s'exprime comme :

$$E_i = \frac{J}{\sigma_i} = J.\rho_i = \frac{V}{R_{tot} S}.\rho_i = \frac{V.\rho_i}{l.(\rho_1 + \rho_2)}.$$

Autre résolution : la différence de potentiel aux bornes de chaque barreau est donnée par :

$$V_i = R_i I = \frac{\rho_i l}{S}.\frac{V}{R_{tot.}}$$

Le champ dans chaque barreau est donné par :

$$E_i = \frac{V_i}{l} = \frac{\rho_i V}{S R_{tot}}$$

et on retrouve le résultat précédent.

3. Un électron initialement au repos est soumis à une différence de potentiel de 625 V puis pénètre dans une enceinte remplie de gaz à basse pression où règne un champ magnétique uniforme. Sa trajectoire prend initialement la forme d'un cercle de 7,4 cm de rayon. Suite au freinage par les molécules du gaz, le rayon du cercle se réduit progressivement pour n'être plus que de 3,5 cm après quelques tours. Que vaut l'énergie cinétique perdue par freinage ? (5 points)

Lien entre le rayon de la trajectoire et la vitesse :

$$R=\frac{mv}{qB}$$

donc la vitesse de l'électron sur une trajectoire de rayon R s'exprime comme :

$$v=\frac{qBR}{m}$$

et l'énergie cinétique :

$$E_{cin}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{(qBR)^2}{m}.$$

La différence d'énergie cinétique s'écrit donc ;

$$E_{cin,f}-E_{cin,i}=\frac{1}{2}\frac{q^2B^2}{m}\left(R_f^2-R_i^2\right).$$

Par ailleurs le champ magnétique s'obtient à partir de la vitesse initiale et du rayon initial par :

$$B=\frac{mv_i}{qR_i}$$

où la vitesse initiale se déduit de l'énergie cinétique initiale :

$$E_{cin,i}=qV=\frac{1}{2}mv_i^2\Rightarrow v_i=\sqrt{\frac{2\mathrm{qV}}{m}}$$

donc

$$B^2=\frac{m^2}{q^2R_i^2}\frac{2\mathrm{qV}}{m}=\frac{2mV}{qR_i^2}$$

et la différence d'énergie devient :

$$E_{cin,f}-E_{cin,i}=qV\frac{\left(R_f^2-R_i^2\right)}{R_i^2}=-7{,}8.10^{-17}\,Joules.$$

4. Un solénoïde long cylindrique est alimenté par un courant alternatif de 1,0 kHz de fréquence. On mesure les variations de champ magnétique à l'intérieur du solénoïde par l'intermédiaire d'une petite spire circulaire de 1 cm^2 de surface placée perpendiculairement à l'axe. On observe à l'oscilloscope une force électromotrice sinusoïdale aux bornes de la petite spire, qui oscille entre -54 mV et +54 mV. Quelle est l'amplitude de la variation du champ magnétique à l'endroit de la spire ? (5 points)

Loi d'induction de Faraday : le flux du champ magnétique dans la spire et la f.é.m aux bornes de celle-ci sont liés par :

$$e_{spire}(t)=\frac{-d\phi_{B,spire}}{dt}$$

Or on observe :

$$e_{spire}(t)=e_0\sin(2\pi f t)$$

d'amplitude e_0=54 mV. Donc :

$$\phi_{B,spire}(t)=\int e_{spire}(t)\,dt=\frac{1}{2\pi f}e_{0.}\cos(2\pi f t)+\phi_0,$$

où ϕ_0 est un flux constant au cours du temps qui ne contribue pas à la f.é.m induite (omis dans la suite de la résolution).

Le champ dans un solénoïde long est, en bonne approximation, constant et parallèle à l'axe, donc il est constant sur la surface *S* de la spire et perpendiculaire à celle-ci. Donc :

$$\phi_{B,spire}(t)=S.B(t).$$

De plus, la fréquence d'oscillation *f* de la différence de potentiel est la même que celle du champ dans le solénoïde, qui est la même que celle du courant d'alimentation, soit 1,0 kHz. Donc :

$$B(t)=\frac{1}{2\pi f S}e_0\cos(2\pi f t)=\frac{1}{2\pi.10^3 Hz.10^{-4}m^2}.54.10^{-3}V\cos(2\pi.10^3 Hz.t)$$

soit

$$B(t)=86.10^{-3}Tesla.\cos(2\pi.10^3 Hz.t).$$

L'amplitude de la variation du champ vaut donc 86 mT.