Corrigés de la séance 6
Chap 6: Statique

Questions pour réfléchir

Q5. p.224. La Fig. Q5 montre un avant-bras et une main exerçant une force, vers le bas, sur un livre. Expliquer la physique de cette situation. En quoi diffère-t-elle de celle du bras portant le livre ? Faites vous-même l'essai en contrôlant l'effort de vos propres muscles.

- Pousser sur le livre: contraction du triceps, rotation de l'avant-bras autour du point de contact entre l'humerus et le cubitus (os du dessous), biceps relâché.
- Porter le livre: contraction du biceps, rotation de l'avant-bras autour du point de contact entre l'humerus et le radius (au-dessus), triceps relâché. Le moment de la force de contraction par rapport au point de contact humerus-radius compense celui du poids du livre (et de l'avant-bras).

Q6. p.225. Pourquoi est-il plus facile de tenir une longue tige horizontalement en son milieu plutôt qu'à son extrémité ?

- Porter la tige en son milieu: on doit seulement compenser le poids de la tige. Les moments des poids des deux demi-tiges par rapport au point de portage se compensent.
- Porter la tige à une extrémité: la main doit en plus exercer un moment de force qui compense le moment du poids de la tige par rapport à la main.

Q9. p.225. Mettez-vous debout jambes tendues, le dos contre le mur, les pieds reposant sur le sol avec les talons touchant le mur. Essayez de toucher vos orteils avec le bout de vos doigts. Expliquez pourquoi vous ne pouvez pas le faire.

En pliant le corps, le centre de gravité est amené devant les orteils. Le poids du corps a alors un moment de forces par rapport aux pieds, que la reaction du sol sur la surface des pieds ne peut pas compenser. On tombe donc vers l'avant. Le mur empêche qu'on recule le bas du dos pour s'équilibrer.

Exercices

9. [I] p.227. Considérant le dispositif de la Fig. P9, déterminer l'indication du dynamomètre de la corde de droite et l'angle θ.

Première loi de la statique: équilibre de translation dans toutes les directions.

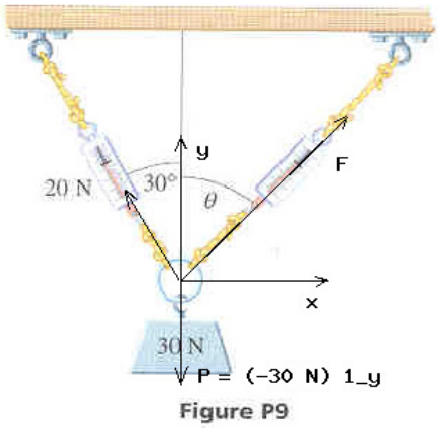

Figure P9

Equilibre dans la direction x:

$$F \sin\theta - 20N \sin 30^o = 0 \qquad (a)$$

Equilibre dans la direction y:

$$F \cos\theta + 20N \cos 30^o - 30N = 0 \qquad (b)$$

De (b): $F = \frac{30N - 20N\cos 30^o}{\cos\theta}$; remplacé dans (a): $\tan\theta = \frac{20N \sin 30^o}{30N - 20N\cos 30^o} = 0,79$. D'où $\theta = 38^o$; $F = 16N$.

21. [II] p.229. On considère le dispositif de la Fig. P21. Déterminez l'angle d'inclinaison du crochet de la poulie et la réaction de l'anneau auquel elle est suspendue.

Les forces qui s'exercent sur la poulie sont la force de traction $\vec{F}_m$, la force de réaction du crochet $\vec{F}_c$ et la tension du dynamomètre $\vec{F}_d$. En l'absence de frotte-

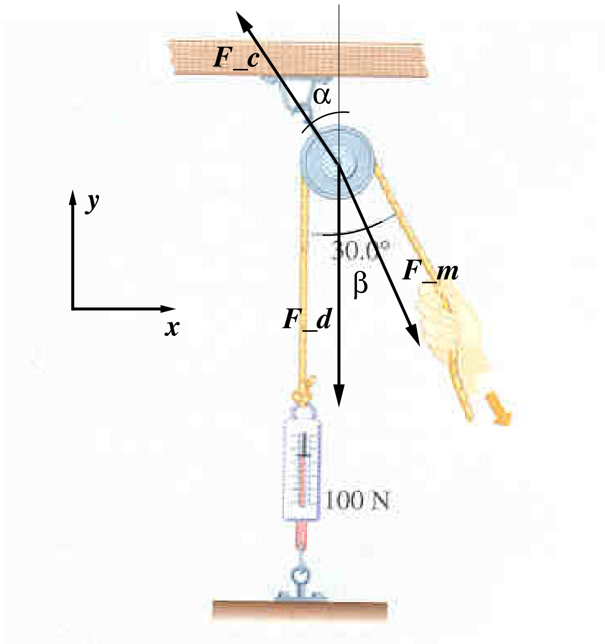

Figure P21

ments dans la poulie, la tension dans la corde est constante: $F_d = F_m$. Notons α l'angle entre la verticale et le crochet, et β l'angle entre les cordes.
Equilibre dans la direction x:

$$F_m \sin\beta - F_c \sin\alpha = 0 \qquad (a)$$

Equilibre dans la direction y:

$$-F_d - F_m \cos\beta + F_c \cos\alpha = 0 \qquad (b)$$

De (a): $F_c \sin\alpha = 0,5 \times 100N$. Remplaçons dans (b): $F_c \cos\alpha = 100N \times (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})$. Donc $\tan\alpha = \frac{0,5}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0,268$; $\alpha = 15^o$ et $F_c = 193N$.

(17.) [II] p.228. Déterminez le poids de la masse m dans la Fig. P17, en supposant que les poulies et les cordes sont de poids négligeables.

Chacun des contrepoids est à l'équilibre. La tension dans la corde qui s'exerce sur chaque contrepoids est donc $T = (9,81m/s^2)(1,0)kg = 9,8N$. Cette tension est constante dans la corde. La résultante des forces verticales sur la masse m doit être nulle: $2T\sin 20^o - P = 0$. Donc le poids $P = 6,7N$.

28. [I] p.230. La Fig. P28 montre un tendon exerçant une force de 80 N sur des os de la jambe. Supposez que le tendon agit horizontalement à 0,060 m du pivot du genou. Tracez un diagramme simplifié du système et calculez le moment de la force du tendon par rapport au pivot.

La jambe tourne autour du genou dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$; $\vec{\tau} = (0,060m)(80N)\sin 75^o = 4,6Nm$ dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

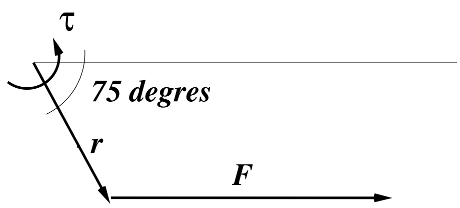

Figure P28

32. [I] p.231. Henri (320 N) et Geneviève (200 N) jouent sur une balançoire de longueur 5,00 m. Ils sont assis sur les deux extrémités de la planche, dont on néglige le poids. Où doit se trouver le pivot, s'ils sont en équilibre ? Quelle est la force de réaction exercée par le pivot sur la planche ?

Equilibre des forces dans la direction verticale (sens positif vers le haut):

$$R_A - P_H - P_G = 0N,$$

où R_A représente la réaction de l'appui. Donc $R_A = 520N$.
Equilibre des moments par rapport au pivot A (prenons le sens des aiguilles d'une montre comme positif):

$$-P_H \times l + P_G \times (5,00m - l) = 0Nm.$$

D'où $l = 1,92m$. Est-ce plausible ? Oui, le bras de levier est plus petit du côté de la personne la plus lourde.

15. [II] p.228. Considérant l'armature rivetée de la Fig. P15, calculez les réactions du sol aux appuis A et H et la tension dans le barreau FH. On suppose que l'appui A glisse sans frottements sur le sol, et que l'appui H est un axe de rotation autour duquel l'armature tourne sans frottements. On néglige le poids de l'armature.

En A: glissement sans frottement: pas de composante horizontale de la réaction du sol ($R_{x,A} = 0N$).

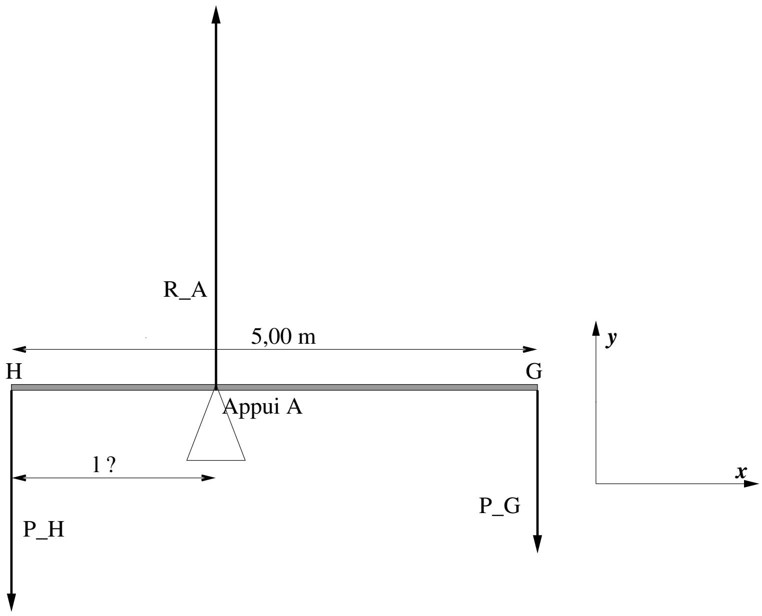

Figure P32

En H: rotation sans frottement: l'axe empêche les translations horizontales et verticales (la réaction du sol en H peut avoir les 2 composantes), mais ne bloque pas la rotation (l'appui H ne peut transmettre de moment de forces à la structure).

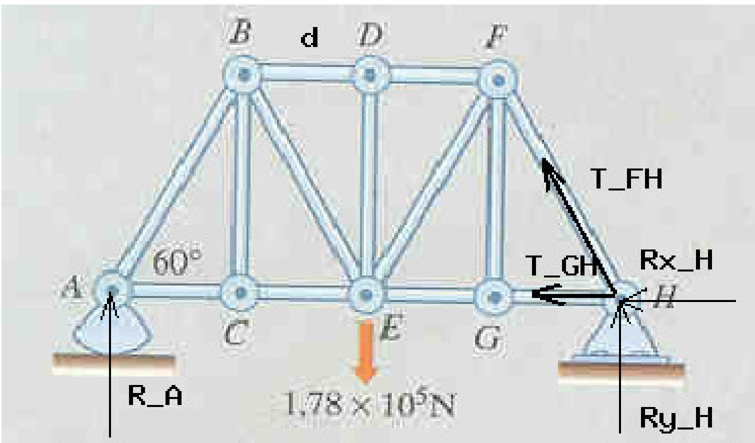

Figure P15

Equilibre de translation de l'armature complète:

$$R_A + Ry_H = 1,78 \times 10^5 N;$$

$$Rx_H = 0N.$$

Par symétrie, $R_A = Ry_H = 8,90 \times 10^4 N$.

Tension dans le barreau GH: comme le point H est immobile, la résultante des forces est nulle. Donc dans la direction verticale:

$$T_{FH} \sin 60^o + Ry_H = 0,$$

donc $T_{FH} = -1,03 \times 10^5 N$: le barreau FH pousse sur l'axe H, et est donc en compression.
L'équilibre de translation dans la direction horizontale permet de déterminer la tension dans le barreau GH:

$$T_{GH} + T_{FH} \cos 60^o = 0,$$

donc $T_{GH} = 1,03 \times 10^5 N \times \frac{1}{2} = 5,14 \times 10^4 N$: le barreau GH tire sur l'axe H et est donc en traction.

62. [II] p.234. Une boîte de céréales de dimensions $6,0cm \times 35cm \times 46cm$ a une masse totale de 1,0 kg. La boîte est à proximité d'une fenêtre ouverte et du vent souffle sur sa plus grande face. Quelle est la vitesse du vent capable de renverser la boîte ? Pour la force exercée par un vent de vitesse v sur une surface de $1m^2$, on utilisera la formule suivante: $F = 0,6v^2$, où F est exprimée en N/m^2 et v en m/s.

Regardons la boîte de côté (figure P62). Pour que le vent renverse la boîte, il faut que le moment de la force exercée par le vent par rapport au bord A soit supérieur au moment du poids, qui tend à ramener la boîte à l'équilibre. On suppose que le vent souffle de façon uniforme sur la grande face de la boîte, et donc que la résultante F_v s'applique au centre de celle-ci. Alors la condition pour renverser la boîte s'écrit:

$$F_v \times h/2 > P \times e/2.$$

$F_v = 0,6v^2S$, où S est la surface de la grande face de la boîte.
D'où: $0,6v^2S > P\frac{e}{h}$. On trouve $v > 3,6m/s$.

(60.) [II] p.234. Dans l'exercice 32, Henri et Geneviève étaient assis sur une balançoire sans poids. Supposons à present que la poutre soit homogène et pèse 200 N. Trouvez la position du pivot.

Le poids de la balançoire s'applique au centre de gravité de la balançoire (donc au milieu, puisque la poutre est homogène).
Equilibre des forces dans la direction verticale:

$$R_A - P_H - P_G - P_b = 0N.$$

D'où $R_A = 720N$.
Equilibre des moments par rapport au pivot A: (prenons le sens des aiguilles d'une montre comme positif):

$$-P_H \times l + P_G \times (5,00m - l) + P_b \times (2,50m - l) = 0Nm.$$

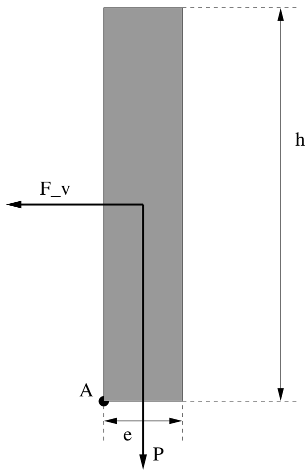

Figure P62

D'où $l = 2,08m$.

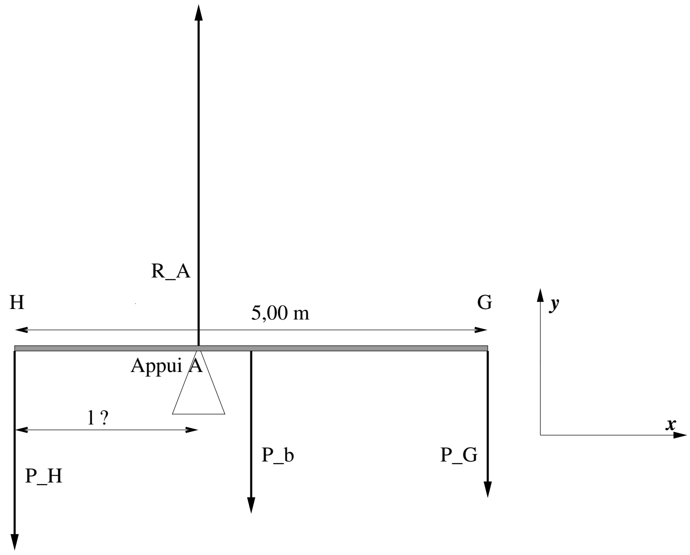

Figure P60

63. [II] p.234. Une technique pour déterminer le centre de gravité d'une personne est illustrée par la Fig. P63. La personne est étendue sur une planche horizontale, posée sur deux dynamomètres séparés par une distance h égale à la taille de la personne. Écrire l'expression de x_{cg} en fonction des quantités mesurées.

On mesure: F_{N1}, F_{N2} et la taille h de la personne. On demande: x_{cg}.

Equilibre de translation:

$$F_{N1} + F_{N2} = F_P \qquad (a)$$

Equilibre de rotation par rapport au point de pesée 1:

$$x_{cg} \times F_P = h \times F_{N2} \qquad (b)$$

(a) $\rightarrow$ (b):

$$x_{cg} = \frac{h.F_{N2}}{F_{N1} + F_{N2}}.$$