Corrigés des séances 14 et 15
Chap 25 et 26: La lumière, l'optique géométrique

Questions pour réfléchir

Q3. p.1005. Expliquez pourquoi la distance focale d'une lentille dépend en réalité de la couleur de la lumière transmise.

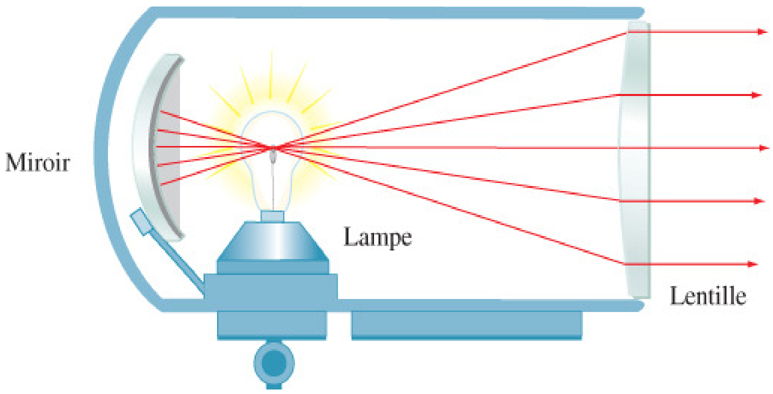
La distance focale d'une lentille dépend de l'indice de réfraction (n) du matériau qui la constitue. L'indice de réfraction varie lui-même avec la longueur d'onde (λ) de la lumière considérée.
(cf. la décomposition de la lumière blanche par un prisme : les rayons lumineux ont une vitesse dans le prisme ($v = c/n$) différente selon leur longueur d'onde et sont donc déviés selon des angles différents).

Q16. p.1005. La figure Q16 représente un projecteur très simple utilisé dans les théâtres. Expliquer son fonctionnement.

Le dispositif permet de produire des rayons lumineux parallèles à partir d'une source de lumière localisée dans l'espace. La lampe émet des rayons dans toutes les directions. Les rayons se dirigeant vers la droite traversent une lentille convergente et en ressortent parallèles. Pour cela, il est nécessaire que la lampe se situe au foyer de la lentille. Un miroir sphérique est également placé afin de réfléchir les rayons lumineux émis vers la gauche. Pour que ceux-ci soient réfléchis dans leur direction d'incidence, la lampe doit se trouver au centre de la sphère constituant le miroir (propriété des miroirs sphériques).

Exercices : Diffusion, réflexion, réfraction

1. [I] p.960. Deux faisceaux de lumière, l'un rouge (λ_r = 780 nm) et l'autre violet (λ_v = 390 nm) traversent plusieurs centaines de mètres d'air. Quel est le rapport de la quantité diffusée du rouge à la quantité diffusée du violet ?



La diffusion de la lumière dans un milieu (diffusion de Rayleigh) est proportionnelle à la longueur d'onde à la puissance -4 (λ^{-4}). Le rapport des longueurs d'ondes de la lumière rouge sur la lumière violette étant de 2, le rapport de lumière diffusée sera donc de 2^{-4} = 0,0625.

26. [I] p.962. Si la longueur d'onde d'une onde lumineuse dans le vide est 540 nm, quelle est sa longueur d'onde dans l'eau dont l'indice est 1,33 ?

La vitesse de la lumière dans l'eau est donnée par c/n où c est la vitesse de la lumière dans le vide (3×10^8 m/s) et n l'indice de réfraction de l'eau. Puisque la fréquence d'une onde lumineuse ne dépend pas du milieu, la longueur d'onde dans l'eau est donc divisée par l'indice de réfraction à cause de la relation $v = \lambda.\nu$. La longueur d'onde de l'onde lumineuse dans l'eau est donc 540/1,33 = 406 nm.

31. [I] p.962. Un faisceau de lumière tombe sur l'interface air-liquide sous une incidence de 55˚. L'angle du rayon réfracté est alors 40˚. Quel est l'indice de réfraction du liquide ?

Par la loi de Snell-Descartes, on a $n_{air} \sin 55^{\circ} = n_{liq} \sin 40^{\circ}$. On trouve alors n_{liq} = 1.3. (L'indice de réfraction de l'air, n_{air}, vaut 1).

34. [I] p.962. Une piscine a une profondeur de 3,00 m et une largeur de 4,00 m. Une personne couchée le long de la piscine peut-elle voir une pièce de monnaie qui aurait coulé à l'autre bord de la piscine ?

Une personne couchée le long de la piscine ne voit que les rayons lumineux émis parallèlement à la surface de l'eau (on considère qu'elle ne se peut pas se pencher et qu'il lui est donc impossible de regarder directement la piscine). Ces rayons proviennent notamment de sources lumineuses sous l'eau et dont l'angle d'incidence est l'angle limite pour la réfraction eau-air. Cet angle se calcule par la loi de Snell-

Descartes : $n_{air} \sin\theta_{air} = n_{eau} \sin\theta_{eau}$ en utilisant θ_{air} = 90°. On trouve alors $\theta_{eau,limite} = 48,8°$. Un rayon lumineux partant depuis la pièce et se dirigeant dans l'eau vers l'observateur a un angle d'incidence de 53° ($\tan\theta = 4/3$). Les rayons lumineux qui partent de la pièce arrivent à l'interface eau-air avec des angles d'incidence compris entre 0 et 53°. Il existe donc un rayon pour lequel l'angle d'incidence vaut $\theta_{eau,limite}$. La pièce est dès lors visible.

51. [III] p.963. Une onde lumineuse se propage d'un point A à un point B dans le vide. Supposons qu'on insère une lame de verre d'épaisseur L = 1,00 mm et d'indice n_v = 1,5. Si la longueur d'onde dans le vide est 500 nm, quel est le nombre de longueurs d'onde qui remplissent l'espace entre A et B avec et sans la lame insérée ? Quel est le déphasage introduit lorsqu'on insère la lame ?

Le nombre de longueurs d'onde est donné par L/λ. Dans le vide, λ_{vide} = 500 nm et on a donc 2000 longueurs d'onde pour L = 1 mm. Dans la lame de verre, la longueur d'onde est donnée par $\lambda_{verre} = \lambda_{vide}/n_{verre} =$ 500 nm/1,5 . Le nombre de longueurs d'onde dans le millimètre de verre est alors de 3000. Le déphasage correspond à l'avance, en angle, que prend l'onde qui passe dans le vide par rapport à l'onde passant dans le verre. Il est donné par $\Delta\phi = 2\pi\Delta N$ où ΔN est la différence du nombre de longueurs d'onde sur la distance L. Ici, ΔN = 1000 et le déphasage est de 2000π. (Comme la différence du nombre de longueur d'onde est entière, le déphasage est un multiple entier de 2π.)

Exercices : Lentilles

2. [I] p.1006. Une lentille mince de verre (n = 1,50) est plus épaisse au centre qu'au bord. Elle a une face plate et une face de rayon de courbure de 1,00 m. A quelle distance de la lentille la lumière est-elle focalisée ?

Les rayons lumineux provenant du soleil sont paralèlles et sont donc focalisés au foyer de la lentille.
La distance focale d'une lentille mince est donnée par la relation

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

où n_l est l'indice de réfraction de la lentille, et R_1 et R_2 les rayons de courbure des deux faces de la lentille. Ici, deux cas sont possibles : soit $R_1 = \infty$ (pour la face plate) et R_2 est négatif (le centre de courbure étant à gauche de la lentille), soit R_1 est positif (le centre de courbure étant à droite de la lentille) et $R_2 = \infty$. Dans les deux cas, on trouve donc $\frac{1}{f} = 0,5(\frac{1}{1})$ et donc f = 2,0 m.

9. [I] p.1006. Une ampoule est située à 0,75 m devant une lentille convergente, mince et de distance focale 0,25 m. Décrire complètement l'image et tracer le schéma des rayons.

Comme la source des rayons lumineux est placée à une distance de la lentille supérieure à la distance focale, l'image sera réelle et renversée. L'équation de conjugaison donne la distance de l'image à la lentille s_i en fonction de la distance focale f et de la distance de la source à la lentille s_o : $\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$. Ici, toutes les longueurs sont positives. On obtient donc : $1/s_i = 1/0,25 - 1/0,75$ et donc s_i = 0,375 m. La taille de l'image H' peut être calculée en fonction de la taille de l'objet (H) en utilisant le grandissement : $G = \frac{H'}{H} = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{1}{2}$. L'image aura donc une taille égale à la moitié de la taille de l'objet. De plus, le signe négatif implique que l'image est renversée. Trois rayons lumineux partant de la source ont des trajectoires particulières : celui passant par le centre de la lentille n'est pas dévié, celui arrivant parallèlement à celle-ci sera réfléchi de sorte à passer par le foyer image et enfin le rayon passant par le foyer objet sera émis parallèlement à l'axe après avoir traversé la lentille.
(cf figure 26.12 p. 976 du Hecht).

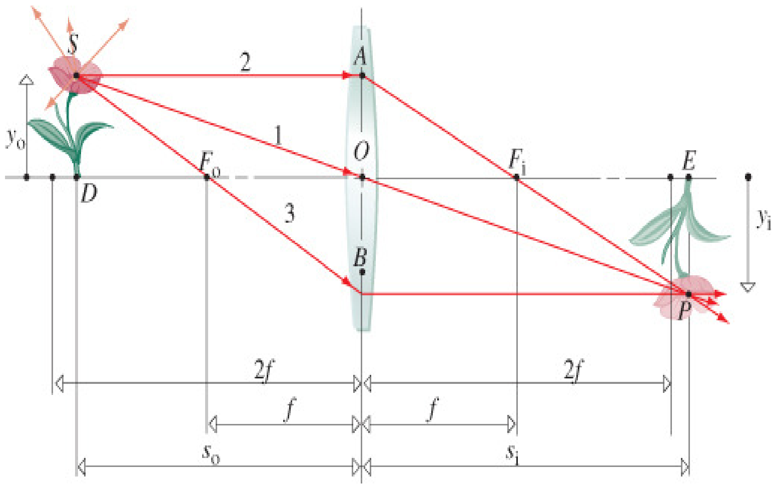


Figure 26.12

12. [I] p.1006. L'objectif d'un appareil photographique a une distance focale de 60,0 mm et il est à 100 mm du film. A quelle distance un insecte doit-il se trouver pour que son image soit nette ?

L'équation de conjugaison des lentilles lie la distance focale f, le distance objet s_o et la distance image s_i : $1/f = 1/s_i + 1/s_o$. Dans un appareil photo, f et s_i sont positives pour former une image réelle sur le film et on trouve $1/s_o =$

$1/(60mm) - 1/(100mm)$ et donc s_o = 150 mm.

17. [I] p.1006. Une lentille utilisée comme une loupe a un grossissement de 2 si elle est utilisée par un oeil normal détendu. Quelle est sa distance focale ?

Le grossissement d'un instrument est défini par $G_A = \alpha_a/\alpha_p$ où α_a est l'angle sous lequel on voit un objet à travers l'instrument et α_p l'angle sous lequel on voit cet objet au punctum proximum. Pour un oeil normal, le punctum proximum d_p est à 25 cm. Si l'oeil est détendu lorsqu'on regarde un objet à travers la lentille, les rayons lumineux sont parallèles et l'objet doit se trouver au foyer f de la lentille. On a alors la relation $G_A = d_p/f$. On en déduit donc la distance focale $f = d_p/G_A =$ 0,13 m.

29. [I] p.1008. Une personne portant des verres de contact de distance focale -5,0 m peut voir assez normalement. Quel est le punctum remotum de cet oeil non corrigé ?

Le punctum remotum d_p est la distance du point dont l'image se forme sur la rétine, sans accomodation de l'oeil. Pour un oeil normal, il se situe à l'infini : le foyer du cristallin est précisément sur la rétine. Le verre de contact possédant une distance focale négative, il s'agit d'une lentille divergente. L'oeil est donc myope : le foyer f du cristallin se situe avant la rétine. L'effet de la lentille est de faire diverger des rayons lumineux initialement parallèles (venant de l'infini) de façon qu'ils semblent venir du punctum remotum. Une image virtuelle est formée 5 m avant la lentille. Ces rayons lumineux passent alors dans le cristallin qui les focalise sur la rétine. Le punctum remotum est donc à 5 m.

35. [II] p.1008. En référence à la Fig. 26.6 (d), montrer que :

$$\rho \approx \frac{(h^2 - y^2)}{2R} \qquad \text{et} \qquad \delta \approx \frac{y^2}{2R}$$

Dans la Fig 26.6 (d), on définit x_y comme l'abscisse du point du cercle d'ordonnée y. Le rayon du cercle R vaut donc $R = x_y + \delta$.
Les points (a,b) d'un cercle vérifient l'équation $a^2 + b^2 = R^2$ et x_y vaut donc $x_y = \sqrt{R^2 - y^2}$.
Si y est petit devant R on peut approximer x_y par : $x_y = \sqrt{R^2 - y^2} = R\sqrt{1 - \frac{y^2}{R^2}} \approx R\left(1 - \frac{y^2}{2R^2}\right) = R - \frac{y^2}{2R}$ (développement de Taylor au premier ordre).
On trouve donc $\delta = R - x_y \approx \frac{y^2}{2R}$.

ρ est donné par $\rho = R - \delta - x_h$ où x_h est l'abscisse du point du cercle d'ordonnée h et vaut, comme précédemment, $x_h = \sqrt{R^2 - h^2}$. En supposant h petit par rapport à R, la précédente approximation reste correcte et on obtient : $\rho = R - \delta - \sqrt{R^2 - h^2} \approx R - \frac{y^2}{2R} - R + \frac{h^2}{2R} = \frac{h^2 - y^2}{2R}$.

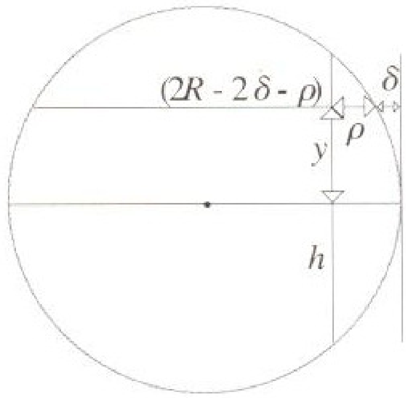


Figure 26.6 (d)

38. [II] p.1008. Comment choisir la lentille d'un projecteur simple de diapositives de 35 mm qui donnerait une image agrandie 100 fois sur un écran situé à 10 m ?

La distance focale d'une telle lentille doit vérifier la relation $1/f = 1/s_o + 1/s_i$ avec s_i = + 10 m. Pour obtenir une image réelle agrandie, il faut utiliser une lentille convergente. Ceci implique que l'image est renversée et le grandissement transverse est donc de -100 : $G_T = -s_i/s_o = -100$ et donc s_o = 0,1 m. On trouve alors $f = 1/(1/0,1 + 1/10)$ = 9,9 cm.

42. [II] p.1008. La Lune est à une distance de 3,84 $\times 10^8$ m de la Terre et elle a un diamètre de 0,273 fois celui de la Terre. Supposons que vous vouliez prendre une photo de la Lune avec un appareil photographique muni d'un objectif normal de 50 mm de distance focale. Quelle sera la grandeur de l'image sur le film ?

L'équation de conjugaison des lentilles permet de calculer la distance s_i : $1/s_o + 1/s_i = 1/f$. On trouve donc s_i = 50 mm (l'image est au foyer puisque l'objet est presque à l'infini). La hauteur de l'objet est donnée en utilisant la formule du grandissement : $G = y_i/y_o = -s_i/s_o$. Ceci implique $y_i = -y_o.s_i/s_o =$

$0,273.D_T.0,05/(3,84.10^8)$ où D_T est le diamètre de la terre (12 800 km). On trouve alors y_i = - 0,46 mm (le signe négatif indique que l'image est renversée).

48. [II] p.1008. On dispose de deux lentilles de distances focales 2,0 cm et 2,0 mm. Comment doit-on les monter pour former un microscope pour observer, sans accomodation, un objet qui se trouve à 2,5 mm de la première lentille ? Quelle est la distance entre les lentilles ? Quel est le grossissement de cet instrument ?

Pour obtenir une image réelle de l'autre côté de la lentille, l'objet doit se trouver au delà de la distance focale de la première lentille qui est donc celle de 2,0 mm. L'image intermédiaire est alors à une distance s_i obtenue en utilisant l'équation de conjugaison $1/s_o + 1/s_i = 1/f$. Toutes les grandeurs sont positives dans cette équation et on trouve s_i = 1 cm. Pour que les rayons lumineux sortent parallèles de la seconde lentille, l'image intermédiaire doit se trouver au foyer de celle-ci. La distance entre les deux lentilles est donc de 1+2 = 3 cm. Le grossissement de cet instrument est obtenu en multipliant le grandissement (transverse) G_{T1} de la première lentille par le grossissement G_{A2} de la seconde.
$G_{T1} = -s_i/s_o = 1cm/2,5mm$ = 4 ; $G_{A2} = d_p/f_2 = 25cm/2cm$ = 12,5 (d_p est le punctum remotum et f_2 la distance focale de la seconde lentille). Le grossissement global est donc 4.12,5 = 50.

51. [III] p.1009. Exprimer la distance focale (f_e) d'une lentille mince immergée dans l'eau (n_e = 1,33) en fonction de sa distance focale dans l'air (f_a). On suppose que la lentille est en verre d'indice n_v = 1,5.

La distance focale dans le vide d'une lentille en verre est donnée par l'équation des lunetiers : $\frac{1}{f_{lentille,vide}} = (n_{verre} - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$ où R_1 (resp. R_2) est le rayon de courbure de la face avant (resp. arrière) de la lentille). Pour une lentille dans l'eau, cette équation doit être remplacée par $\frac{1}{f_{lentille,eau}} = (n_{verre}/n_{eau} - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$. En prenant le rapport de ces deux équations, on trouve $\frac{f_{lentille,eau}}{f_{lentille,vide}} = \frac{(n_{verre}-1)}{(n_{verre}/n_{eau}-1)} = 3,9$. La distance focale de cette lentille immergée dans l'eau vaut donc 3,9 fois sa distance focale dans le vide.

Exercices : Miroirs

70. [II] p.1009. Un kératomètre est un dispositif qui permet de mesurer le rayon de courbure de l'oeil, ce qui est très utile pour concevoir des lentilles de contact sur mesure. On place un objet éclairé à une distance de l'oeil connue et on observe l'image réfléchie sur la cornée. L'instrument permet de mesurer la hauteur de l'image virtuelle. Supposons que le grandissement soit de 0,037 lorsque l'objet est à 100 mm. Quel est le rayon de courbure ?

La cornée est assimilable à un miroir sphérique convexe (rayon de courbure positif). L'image réfléchie est donc virtuelle et droite et la distance image est négative. Le rayon de courbure de la cornée peut être calculé en combinant l'équation de conjugaison ($1/f = -2/R = 1/s_i + 1/s_o$) à celle du grandissement ($G = -\frac{s_i}{s_o}$). La seconde équation donne $s_i = -s_o.G$. En injectant ce résultat dans la première équation, il vient $-2/R = -1/(s_o.G) + 1/s_o$, ce qui permet de trouver R : $R = 2s_o/(1/G - 1)$ = 0,77 cm.

74. [II] p.1010. Le télescope illustré dans le figure P74 est constitué de deux miroirs sphériques. Le plus grand (celui qui a un trou de autour de son sommet) a un rayon de courbure de 2,0 m et le plus petit a un rayon de 60 cm. A quelle distance du plus petit miroir faut-il placer un film pour recevoir l'image d'une étoile ? Quelle est la distance focale effective du système ?

Ce problème peut être résolu en traitant les deux réflexions successivement. Le grand miroir concave focalise les rayons lumineux incidents à son foyer. La distance focale est donnée par -R/2 (le rayon de courbure du premier miroir est négatif) soit 1 m. L'interposition du second miroir implique que l'objet est virtuel et que sa distance est négative et vaut -0,25 m (0,75 - 1). Le second miroir est convexe et son rayon de courbure est donc positif. L'équation de conjugaison donne alors : $1/s_o + 1/s_i = -2/R$, c'est-à-dire $1/s_i = -2/0,6 + 1/0,25 = 2/3$ et donc s_i = 1,5 m. La distance focale effective du télescope est la somme de la distance entre la seconde lentille et le point de croisement des rayons lumineux (1,5 m) et de la distance entre les deux lentilles (0,75 m), soit 2,25 m.