Corrigés de la séance 11
Chap 11: les fluides

Questions pour réfléchir: les fluides

Q7. p.434. Supposons que vous soyez sur un radeau flottant sur la surface d'un grand bassin rempli d'eau. À bord, vous avez une tasse, un buste en pin d'un scientifique célèbre, une banane et une poule. Qu'arrive-t-il au niveau de l'eau dans le bassin si: (a) vous vous inclinez, remplissez une tasse d'eau et la buvez ? (b) vous lancez le buste à l'eau ? (c) vous mangez la banane ? (d) la poule s'envole ?

Comme le radeau flotte, le volume submergé (dont il est enfoncé) est égal au volume d'eau ayant le même poids que le radeau lui-même et ce qu'il porte.

a) Le volume d'eau dans le lac a diminué du volume de la tasse. Le poids supplémentaire porté par le radeau (celui de la tasse d'eau) provoque un enfoncement supplémentaire égal à un volume d'eau de même poids, c'est-à-dire le volume de la tasse. Donc, pas de changement.

b) Dans le radeau, le buste impose un enfoncement correspondant à un volume d'eau de même poids que le buste. Le buste en train de flotter occupe dans l'eau le même volume. Donc, pas de changement.

c) La banane dans votre estomac ou dans le radeau possède le même poids et induit le même enfoncement du radeau. Donc, pas de changement.

d) La poule ne contribue plus au poids du radeau qui doit donc s'enfoncer moins pour compenser le poids des occupants. Donc le niveau global de l'eau baisse.

Q14. p.435. On sait que l'alcool et l'acétone réduisent la tension superficielle de l'eau. Faites flotter deux allumettes en bois, parallèles et séparées d'environ 2 cm, sur la surface d'un bol d'eau. Que pensez-vous qu'il arrive si vous versez très doucement une goutte d'eau entre les allumettes ? Et si vous versez une goutte d'acétone ou d'alcool ?

a) Les allumettes flottent et l'eau versée en supplément se répand en s'étalant sur la surface. Elle induit donc une force qui tend à séparer les allumettes. Si on verse suffisamment lentement, cette force est négligeable et les allumettes ne bougent pas.

b) La tension superficielle diminue dans la zone située entre les allumettes. Celles-ci subissent une tension différente sur leurs 2 côtés, et donc une force nette qui tend à les rapprocher.

Exercices: Statique des fluides

1. [I] p.438. Une piscine large de 5 m et longue de 10 m de longueur, est remplie d'eau sur une hauteur de 3 m. Quelle est la pression au fond de la piscine, la pression atmosphérique étant égale à p_{atm} ?

La pression sur le fond de la piscine est égale à la pression atmosphérique plus la pression due au poids de l'eau. Cette dernière est égale au poids d'une colonne dont la surface de base est unitaire, donc

$$P_{fond} = P_{atm} + P_{eau} = 10^5 \text{ Pa} + 3 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times g = 13.10^4 \text{ Pa}.$$

17. [I] p.439. La figure P17 montre un fil plié en U et fermé par une tige mobile de longueur $L = 0,10$ m. On le plonge dans la glycérine dont il se forme un film à l'intérieur du rectangle. Quelle est la force requise pour tirer la tige mobile à une vitesse constante, augmentant de ce fait l'aire de la couche ? La tension de surface glycérine-air est de 63.10^{-3} N/m.

La force qui s'exerce sur la partie mobile est donnée par $F_t = 2\gamma L$, où L est la longueur étirée. Le facteur 2 vient du fait que le film de glycérine a 2 surfaces (dessus et dessous). On a donc

$$F_t = 2 \times 63.10^{-3} \times 0,10 \text{ N} = 13.10^{-3} \text{ N}.$$

(3.) [I] p.438. Un réservoir d'oxygène a une pression manométrique égale à 5,00 fois la pression atmosphérique. Quelle est la force (grandeur et direction) exercée sur chaque centimètre carré de la paroi du réservoir ?

La force est donnée par le produit de la différence de pression entre les deux faces par la surface. Comme la pression manométrique est par définition l'excédent de pression par rapport à la pression atmosphérique, on a

$$F = 5 \text{ atm} \times 101,3.10^3 \text{ Pa/atm} \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 50,7 \text{ N}.$$

27. [II] p.439. Sachant que la plupart des gens ne peuvent pas aspirer de l'eau avec une paille plus haut qu'environ 1,1 m, quelle est la plus basse pression qu'ils peuvent créer dans leurs poumons ?

La dépression doit correspondre au poids d'une colonne de $1,1$ mètre d'eau et donc $1,1$ m $\times$ 10^3 kg/m^3 $\times$ $g = 1,1.10^4$ Pa. La pression au sein des poumons est alors P $= 10,1.10^4$Pa $- 1,1.10^4$ Pa $= 9,0.10^4$Pa.

37. [II] p.440. Un sous-marin est immobile sous 20,0 m d'eau. Avec quelle force un plongeur doit-il agir contre la pression de la mer pour ouvrir une écoutille de dimensions $1,0m \times 0,5m$, en supposant que la pression dans le sous-marin est 90% de la pression atmosphérique ?

Pour ouvrir l'écoutille il faut fournir une force égale à la somme des forces de pression qui s'exercent sur elle:

$$\begin{aligned} F &= (P_{atm} - 0,90.P_{atm} + \rho_{eau} g h) \times S \\ &= ((101 - 90).10^3 \text{ Pa} + 10^3 \text{ kg/m}^3 \times g \times 20,0 \text{ m}) \times 0,5 \text{ m}^2 \\ &= 1,0.10^5 \text{ N}. \end{aligned}$$

42. [II] p.440. Le tube en U ouvert de la figure P42 contenait de l'eau avant qu'on ne verse un liquide moins dense dans la colonne de droite. Montrer que la masse volumique ρ_x du liquide est donné par l'expression $\rho_x = \rho_e h_e / h_x$.

Si on prend comme niveau de référence le niveau inférieur du liquide inconnu, on peut écrire pour les branches de gauche (1) et de droite (2): $P_1 = P_2$.
Or $P_1 = P_{atm} + \rho_e g h_e$ et $P_2 = P_{atm} + \rho_x g h_x$, d'où la relation cherchée.

Exercices: Dynamique des fluides

62. [I] p.442. Un tube est employé comme syphon pour vider un réservoir d'eau. À un moment donné, l'ouverture basse du syphon est 20 cm sous le niveau du liquide dans le réservoir. Quelle est la vitesse d'écoulement de l'eau?

Nous nous trouvons dans les conditions d'application du théorème de Torricelli (lui-même conséquence du théorème de Bernoulli). En négligeant la vitesse à laquelle le niveau d'eau baisse dans le réservoir, on a pour vitesse d'écoulement

$$v_{ec} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,2} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}.$$

(56.) [I] p.442. Un tuyau de 5,0 cm de diamètre transporte de l'essence de masse volumique $0,68 \times 10^3$ kg/m^3 à une vitesse de 2,5 m/s. Calculer le débit massique, en supposant que le liquide est parfait (pas de viscosité).

Le débit massique Φ est la masse qui traverse une surface donnée par unité de temps. La masse d'essence qui traverse la surface par seconde est contenue dans un cylindre dont la section est celle du tuyau ($\frac{\pi d^2}{4}$, d est le diamètre) et de longueur correspondant à la distance parcourue par seconde (ici 2,5 m). La masse dans ce cylindre est la masse volumique fois ce volume. Le débit massique est donc

$$\Phi = 0,68 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} \times (5.10^{-2})^2 \times 2,5 \text{ kg/s} = 3,3 \text{ kg/s}.$$

69. [II] p.442. Le tube de Venturi de la figure P69 est inséré dans un oléoduc pour déterminer le débit et la vitesse d'écoulement. Les deux colonnes, insérées avant et dans l'étranglement du tube, servent de manomètres. Exprimer la vitesse d'écoulement dans l'oléoduc en fonction de Δy, différence des hauteurs du liquide dans les deux colonnes, et des sections avant et dans l'étranglement.

Le débit massique est le même dans tout le tube. Si le fluide est incompressible, nous devons avoir que $S_0 v_0 = S_e v_e$ où v_o et v_e désignent les vitesses respectives d'écoulement à l'endroit des sections S_0 et S_e. Le théorème de Bernoulli, appliqué au centre des sections (même hauteur) donne:

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = P_e + \frac{1}{2}\rho v_e^2.$$

Les colonnes d'eau mesurent la pression à l'endroit des sections S_0 et S_e, donc

$$P_0 - P_e = \rho g \Delta y = \frac{1}{2}\rho(v_e^2 - v_0^2).$$

En remplaçant v_e par sa valeur tirée de la conservation des débits $v_e = \frac{S_0}{S_e} v_0$, on a:

$$g\Delta y = \frac{1}{2}[(\frac{S_0}{S_e})^2 - 1]v_0^2$$

et donc

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g\Delta y}{(\frac{S_0}{S_e})^2 - 1}}.$$

77. [cc] p.443. Reformulez le théorème de Torricelli pour un réservoir ouvert de superficie S_1, contenant un liquide qui coule avec une vitesse v_2 d'un orifice d'aire S_2 situé à une profondeur h au-dessous de la surface du liquide. Montrer que

$$v_2 = \sqrt{\frac{2ghS_1^2}{(S_1^2 - S_2^2)}}, \qquad \frac{dh}{dt} = v_1 = \sqrt{\frac{2ghS_2^2}{(S_1^2 - S_2^2)}}.$$

Si on compare les situations entre un point 1 à la surface du réservoir (sur S_1) et un point 2 à la sortie, on peut appliquer le théorème de Bernoulli, avec P_1 et P_2 valant tous deux la pression atmosphérique. Dès lors:

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_1^2.$$

On obtient les relations recherchées avec la conservation des débits $S_1 v_1 = S_2 v_2$.

81. [III] p.443. La figure P81 montre un jet de liquide jaillissant d'un tube monté à la base d'un réservoir ouvert. Appliquer l'équation de Bernouilli entre les points 2 et 3 pour obtenir une expression de y en fonction de θ et de h. Est-ce que y peut dépasser h ?

La même pression (pression atmosphérique) s'exerce sur le liquide aux points 1, 2 et 3 (se rappeler que la pression ne dépend pas de la direction). On a donc par le théorème de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho gy + \frac{1}{2}\rho v_3^2.$$

Pour les composantes horizontales x, on a $v_{2x} = v_{3x}$, car on néglige les frottements de l'air et la pesanteur agit verticalement. Pour les composantes verticales, on a $v_{2y} = v_2 \sin\theta$ et $v_{3y} = 0$. On a donc

$$\rho gy = \frac{1}{2}\rho v_{2y}^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \sin^2\theta.$$

Le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 donne (en négligeant v_1):

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho gh.$$

Par conséquent, $y = h\sin^2\theta$ et $y \leq h$.

QUESTION DE L'EXAMEN D'AOÛT 2005

Dans une écluse, l'eau du compartiment central s'élève à une hauteur de 3,0 m au-dessus du niveau du bassin inférieur. A l'approche d'un bateau venant de l'aval, on amène le niveau de l'eau du compartiment central à celui du bassin inférieur. A cet effet, on ouvre une canalisation qui débouche à 1,0 m sous le niveau de l'eau du bassin inférieur. A quelle vitesse l'eau jaillit-elle de la canalisation (au début de l'opération) ?

D'après le théorème de Bernouilli, $P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 =$ constante. Prenons $y = 0$ au débouché de la canalisation (1 m sous le niveau du bassin inférieur). Notons H le niveau de l'eau dans le compartiment central. Alors en appliquant Bernouilli on a, pour le compartiment central et pour le bassin inférieur:

$$P_{atm} + \rho g H + 0 = P_{atm} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2,$$

où $h = 1$ m est la hauteur d'eau dans le bassin inférieur par rapport à notre niveau de référence. On trouve donc:

$$\frac{1}{2}v^2 = g(H-h) \Rightarrow v = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2.9,81.3,0}\ \text{m/s} = 7,7\ \text{m/s}.$$

QUESTION DE L'EXAMEN DE JUIN 2006

Un tuyau horizontal de section circulaire de 6,0 cm de diamètre se rétrécit progressivement jusqu'à 4,0 cm. Lorsque l'eau s'écoule dans ce tuyau à une certaine vitesse, la pression manométrique aux deux sections est respectivement 32 kPa et 24 kPa. Déterminez le débit massique dans le tuyau. On considère que la masse volumique de l'eau est de 1000 kg/m^3.

Théorème de Bernouilli ($y_1 = y_2 = 0$):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2).$$

Équation de continuité:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \qquad \Rightarrow v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2.$$

Donc:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) v_2^2$$

$$8\text{ kPa} = \frac{1}{2}.1000.\left(1 - \frac{0,020^4}{0,030^4}\right)v_2^2 \qquad \Rightarrow v_2 = 4,5\text{ m/s}.$$

Le débit massique vaut donc

$$\Phi = \rho S_2 v_2 = 1000.\pi.0,020^2.4,5 = 5,6\text{ kg/s}.$$

QUESTION DE L'EXAMEN D'AOÛT 2006

Une bulle d'air de 5,00 mm de diamètre est émise au fond d'un étang. Arrivée à la surface, son diamètre est de 6,50 mm. Quelle est la profondeur de l'étang, sachant que la pression atmosphérique est de 1,013.10^5 Pa ? On considère que la masse volumique de l'eau est de 1000 kg/m^3 et que la température de l'eau est constante.

Le volume de la bulle est multiplié par $(6,50/5,00)^3 = 2,20$. Par la relation $P.V =$ cste qui s'applique à température constante, la pression au fond de l'étang est donc 2,20 fois la pression atmosphérique. La surpression P_{eau} exercée au fond de l'étang par l'eau seule est donc 1,20 fois la pression atmosphérique. La profondeur de l'étang est donc donnée par $P_{eau} = \rho g h$, où ρ est la masse volumique de l'eau. Donc:

$$h = \frac{P_{eau}}{\rho g} = \frac{1,20.P_{atm}}{\rho g} = \frac{1,20.1,0125.10^5\text{ Pa}}{1000\text{ kg.m}^{-3}.10\text{ m.s}^{-2}} = 12,1\text{ m}.$$