

NOM, PRENOM (en majuscules)

SECTION (barrer les mentions inutiles)

Biologie

Géographie

Géologie

PHYS-F-104

Physique 1

Examen du 17 janvier 2013

I. Théorie (20 points – 1 heure)

Justifiez toujours vos réponses. Les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte. Seuls les éléments de réponse pertinents seront valorisés.

Les résultats numériques doivent être exprimés

- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Le cas échéant, prenez $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

Note théorie :

/20

1. Définissez, en précisant toutes les grandeurs que vous introduisez :

a) accélération instantanée

b) moment d'une force par rapport à un point O

c) module de Young

(3 points)

a) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (c'est la dérivée du vecteur vitesse instantanée par rapport au temps).

b) $\vec{\tau}_O = \vec{r} \times \vec{F}$, où \vec{r} est le vecteur qui joint le point O au point d'application de la force, et \vec{F} est la force appliquée

c) Module de Young d'un matériau $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, où σ est la contrainte normale appliquée et ε est la déformation du matériau.

2. Dans le cas de frottements solide-solide :

a) Énoncez les lois qui décrivent les forces de frottement, en précisant toutes les grandeurs que vous introduisez.

(3 points)

b) Donnez l'expression de la puissance dissipée par frottement lorsque deux solides glissent l'un sur l'autre avec une vitesse relative donnée, en précisant toutes les grandeurs que vous introduisez.

(2 points)

a) Le frottement est la composante tangentielle de la réaction du support, qui s'oppose au mouvement. On distingue :

- le frottement statique : $F_s \leq \mu_s |\vec{N}|$, où \vec{N} est la composante normale de la réaction du support et μ_s est le coefficient de frottement statique ;
- le frottement cinétique : $\vec{F}_c = -\mu_c |\vec{N}| \vec{1}_v$, où \vec{N} est la composante normale de la réaction du support, μ_c est le coefficient de frottement cinétique et $\vec{1}_v$ est un vecteur unité dirigé selon le vecteur vitesse du corps sur lequel la force s'exerce.

b) Il s'agit d'un frottement cinétique :

$P = \vec{F}_c \cdot \vec{v} = -\mu_c |\vec{N}| v$, où \vec{v} est le vecteur vitesse relative des deux objets.

3. Un container de béton est suspendu au bras horizontal d'une grue par un câble accroché à l'extrémité du bras. Lorsque le bras tourne à vitesse constante en restant horizontal, le container se trouve-t-il exactement sous l'extrémité du bras ? Expliquez. (3 points)

Non :

- pour que le container puisse avoir un mouvement circulaire, il doit subir une force centripète ;
- donc la tension du câble doit avoir une composante centripète ;
- donc le câble ne peut plus être vertical et le container n'est donc pas sous l'extrémité du bras, il est plus loin de l'axe de rotation.

4. Etablissez l'expression de la différence d'énergie potentielle gravitationnelle entre la surface de la Terre et une orbite circulaire de rayon égal à cinq fois le rayon de la Terre. (4 points)

La variation d'énergie potentielle est le travail contre la force d'attraction gravitationnelle

$$\vec{F}_G = -\frac{GMm}{r^2} \vec{1}_r :$$

$$\Delta E_{pot} = -\int_{R_T}^{5R_T} d\vec{r} \cdot \left(-\frac{GMm}{r^2} \vec{1}_r\right) = \int_{R_T}^{5R_T} dr \frac{GMm}{r^2} = -\frac{GMm}{r} \Bigg|_{R_T}^{5R_T} = -\frac{GMm}{5R_T} + \frac{GMm}{R_T} = \frac{4GMm}{5R_T} .$$

On vérifie qu'elle est positive lorsqu'on s'éloigne de la Terre.

**5. Énoncez les trois lois de Newton de la dynamique.
(3 points)**

voir cours

**6. Un jongleur jette en l'air des massues en bois en forme de quilles, en les faisant tourner sur elles-mêmes. Lorsqu'il les rattrape, leur vitesse de rotation a-t-elle changé ? Expliquez.
(2 points)**

Deux réponses acceptées :

Non, si les forces de frottements dans l'air sont négligeables, la vitesse de rotation ne change pas au cours du mouvement. Le poids de l'objet, qui est la seule force extérieure, n'a pas de moment de forces par rapport au centre de masse de l'objet, autour duquel la rotation se fait.

Oui, car les forces de frottement dans l'air s'exercent sur chaque partie de la quille dans une direction opposée à son mouvement. Elles ont donc un moment de forces total non-nul par rapport au centre de masse de la quille, autour duquel la rotation se fait.

**1. Le tambour d'un lave-linge est constitué d'un cylindre de 55 cm de diamètre qui tourne autour d'un axe horizontal. En début d'essorage, après une phase d'arrêt, la rotation du cylindre s'accélère uniformément et passe de 0 à 800 tours/minute en 3,1 secondes. Combien de temps après le début de l'accélération le linge est-il plaqué contre le cylindre ?
(4 points)**

Le linge sera plaqué contre le cylindre si, au moment où il se trouve en haut du cylindre, la force centrifuge est supérieure à son poids :

$$m\omega^2 R \geq mg$$

c'est-à-dire quand la vitesse angulaire du cylindre $\omega \geq \sqrt{g/R}$ (R est le rayon du cylindre).

La vitesse angulaire du cylindre augmente uniformément selon : $\omega = \alpha t$, où

$$\alpha = \frac{800 \cdot 2\pi / 60}{3,1} = 27 \text{ rad} / \text{s}^2 \text{ est l'accélération angulaire.}$$

Le linge est donc plaqué contre le cylindre après un temps :

$$t \geq \frac{\sqrt{g/R}}{\alpha} = \frac{\sqrt{10 / 0,275}}{27} = 0,22 \text{ s.}$$

2. Un pistolet-jouet tire des fléchettes de 12 grammes. Pour cela, un ressort de 240 N/m de raideur est comprimé de 2,8 cm en enfonçant la fléchette dans le canon du pistolet, et ce ressort se détend lorsque la gâchette est actionnée. Tirée horizontalement d'une hauteur de 1,4 m, une fléchette touche un petit soldat de plomb posé 1,8 m plus loin sur le sol. Quelle énergie a-t-elle été dissipée par les frottements dans le canon ? Négligez les frottements dans l'air.
(4 points)

La vitesse de la fléchette à la sortie du canon lui permet de parcourir 1,8 m horizontalement avant de toucher le sol.

Chute libre sans vitesse verticale initiale :

- temps avant de toucher le sol donné par : $h = \frac{1}{2}gt^2$, où h est la hauteur de chute ;
- vitesse horizontale v donnée par : $d = v.t$, où $d = 1,8$ m.

$$\text{Donc } v = \frac{d}{\sqrt{2h/g}}$$

L'énergie potentielle élastique du ressort comprimé est convertie en énergie cinétique de la fléchette et en une perte par frottements dans le canon :

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + Q$$

où k est la raideur du ressort, x l'allongement (négatif car compression) du ressort, m la masse de la fléchette et Q les pertes par frottements. Alors :

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 240 \cdot (0,028)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,012 \cdot \left(\frac{(1,8)^2}{2 \cdot 1,4/10} \right) = 2,5 \cdot 10^{-2} J.$$

3. Un satellite géostationnaire est constitué d'une barre cylindrique mince et homogène de 4,5 m de longueur. Par verrouillage gravitationnel, la barre pointe toujours vers le centre de la Terre. Calculez la valeur numérique du rapport du moment cinétique orbital de la barre, dû à sa rotation autour de la Terre, au moment cinétique dû à sa rotation sur elle-même autour de son centre.
(4 points)

Un satellite géostationnaire fait un tour de la Terre en une journée. Soit ω la vitesse angulaire du mouvement du satellite sur son orbite, et R le rayon de son orbite.

Au cours de son orbite, la barre pointe toujours vers le centre de la Terre, donc elle fait un tour sur elle-même en une journée. Sa vitesse angulaire de rotation sur elle-même vaut donc aussi ω .

Comme la longueur de la barre d est beaucoup plus petite que le rayon de son orbite, son moment cinétique orbital peut être calculé comme si la barre était un objet ponctuel. En norme :

$$L_{orbite} = Rmv = R^2 m \omega .$$

Le moment cinétique de la rotation de la barre autour de son centre s'exprime comme :

$$L_c = I\omega = \frac{1}{12} md^2 \omega .$$

Donc leur rapport vaut :

$$\frac{L_{orbite}}{L_c} = \frac{R^2}{\frac{1}{12} d^2} = \frac{1,78 \cdot 10^{15}}{1,69} = 1,1 \cdot 10^{15} .$$

4. Une poutre homogène de section constante, de 100 kg et de 2,35 m de longueur est posée horizontalement, à une de ses extrémités sur un bloc de bois, et à l'autre extrémité sur une canette de soda vide. Une personne de 64,0 kg monte sur la poutre du côté du bloc de bois et marche vers l'autre extrémité.

a) De quelle distance la personne peut-elle avancer sans que la canette ne s'écrase, si cette dernière peut supporter une charge maximale de 900 N ?

(2 points)

b) Quelle est la contrainte maximale dans le bloc de bois au cours de la progression de la personne, si la section du bloc est de 110 cm^2 ?

(2 points)

a) Pour connaître la force exercée sur la canette, on peut calculer l'équilibre des moments de force par rapport au point d'appui sur le bloc de bois. Comme tous les moments de force sont dans la même direction, on peut calculer de façon algébrique :

$$-P_{\text{personne}} \cdot x - P_{\text{poutre}} \cdot \frac{L}{2} + R \cdot L = 0,$$

où P_{personne} et P_{poutre} sont les poids de la personne et de la poutre et s'appliquent à leurs centres de gravité respectifs, L est la longueur de la poutre, R est la réaction de la canette et ne peut dépasser 900 N.

Donc la personne peut avancer au maximum de :

$$x = \frac{R \cdot L - P_{\text{poutre}} \cdot \frac{L}{2}}{P_{\text{personne}}} = \frac{900 \cdot 2,35 - 100 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 2,35}{64 \cdot 10} = 1,45 \text{ m} \text{ (3 chiffres significatifs).}$$

b) Exemple de résolution :

La force exercée sur le bloc sera maximum quand la personne sera juste au-dessus. Alors le bloc devra supporter le poids de la personne et la moitié du poids de la poutre, soit au total 1140 N. La contrainte dans le bloc vaut alors :

$$\sigma = \frac{1140}{110 \cdot 10^{-4}} = 1,04 \cdot 10^3 \text{ N / m}^2.$$

On aussi résoudre la question en partant de l'équilibre des moments par rapport au point d'appui sur la canette.

5. Un pétard posé sur le sol explose en trois fragments. Le premier, de masse égale à 1,5 grammes, part horizontalement à une vitesse de 12 m/s. Le deuxième fragment a une masse de 4,0 grammes et part horizontalement, perpendiculairement au premier. Le troisième fragment a une masse de 3,0 grammes et part avec une vitesse de 7,2 m/s.

a) Dans quelle direction par rapport au premier le troisième fragment est-il parti ?

(2 points)

b) A quelle vitesse le deuxième fragment est-il parti ?

(2 points)

a) Conservation de la quantité de mouvement dans toutes les directions. Prenons l'axe x dans la direction du premier fragment, et l'axe y dans la direction du deuxième.

$$p_{1,x} + 0 + p_{3,x} = 0$$

Donc $p_{3,x} = -m_1 v_1 = -m_1 v_1$. Or l'angle entre l'axe x et la quantité de mouvement \vec{p}_3 s'exprime à partir des composantes du vecteur \vec{p}_3 comme :

$$\cos \alpha = \frac{p_{3,x}}{|\vec{p}_3|} = \frac{-m_1 v_1}{m_3 v_3} = -0,8333$$

Donc $\alpha = \arccos(-0,8333) = 150^\circ$ ou 2,6 radians.

b) Conservation de la quantité de mouvement selon l'axe y :

$$0 + p_{2,y} + p_{3,y} = 0.$$

Donc

$$v_{2,y} = \frac{-p_{3,y}}{m_2} = \frac{-m_3 v_3 \cdot \sin \alpha}{m_2} = -3,0 \text{ m / s}.$$