NOM, PRENOM (en majuscules) ….………………………...…………………….……

SECTION (barrer les mentions inutiles)

Biologie **Géographie** **Géologie** **Pharmacie**

PHYS-F-104

Physique 1

Examen du 28 août 2015

I. Théorie (20 points – 1 heure 10')

Justifiez toujours vos réponses. Les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte. Seuls les éléments de réponse pertinents seront valorisés.

Les résultats numériques doivent être exprimés
- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

Le cas échéant, prenez $g = 10\ m\ s^{-2}$

Note théorie : **/20**

Partie I
1. Définissez, en précisant toutes les grandeurs que vous introduisez :
a) énergie potentielle
b) moment cinétique d'une masse ponctuelle par rapport à un point O
(2 points)

a) c'est l'opposé du travail des forces conservatives ; c'est-à-dire le travail fourni contre les forces conservatives.

b) $\vec{L_O} = \vec{r} \, x \, \vec{p}$, où $\vec{r}$ est le vecteur qui joint le point O à la masse et $\vec{p}$ est la quantité de mouvement de la masse

Partie I
2. Enoncez les lois qui décrivent les forces de frottement statique et cinétique entre deux solides, en ayant soin de préciser toutes les grandeurs que vous introduisez.
(2 points)

Frottement statique :

$|\vec{F}_f| \leq \mu_s |\vec{N}|$, où μ_s est le coefficient de frottement statique ; $|\vec{N}|$ est la norme de la composante normale de la réaction du support. La force de frottement s'oppose au mouvement.

Frottement cinétique :

$\vec{F}_f = -\mu_c |\vec{N}| \vec{1}_v$, où μ_c est le coefficient de frottement cinétique ; $\vec{1}_v$ est un vecteur dirigé selon la vitesse de la masse par rapport au support ; et les autres symboles sont définis ci-dessus.

Partie I
3. Démontrez que, pour qu'un objet soumis à trois forces coplanaires non-parallèles soit en équilibre statique, il faut nécessairement que les trois forces soient concourantes. (3 points)

Le corps est à l'équilibre statique de rotation, donc : $\vec{\tau}_A(\vec{F}_1)+\vec{\tau}_A(\vec{F}_2)+\vec{\tau}_A(\vec{F}_3)=0$ pour tout point A.

Considérons deux des 3 forces, $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, et appelons A le point où leurs lignes d'action se croisent. Les moments de force de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ par rapport à A sont nuls. Donc $\vec{\tau}_A(\vec{F}_3)=0$ aussi, donc le bras de levier de $\vec{F}_3$ par rapport à A est nul. La ligne d'action de $\vec{F}_3$ passe donc par A aussi.

Partie I
4. Enoncez la loi des aires de Kepler. Expliquez pourquoi cette loi est une conséquence de la conservation du moment cinétique.
(3 points)

Loi des aires : au cours de l'orbite d'une planète autour du soleil, la vitesse de la planète change de sorte que le rayon qui joint la planète au soleil balaie des aires égales en des temps égaux.

La force d'attraction gravitationnelle est centrale ; le moment cinétique du système soleil-planète est donc constant.

Le moment cinétique orbital du système soleil-planète est en bonne approximation égal au moment cinétique orbital de la planète.

Alors si la planète se rapproche, sa vitesse sur l'orbite doit augmenter de façon que son moment cinétique orbital $\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$ reste constant ; où $\vec{r}$ est le vecteur qui joint la planète au soleil, *m* est la masse de la planète et $\vec{v}$ est la vitesse orbitale.

L'aire balayée en un temps Δt vaut $|\vec{r}\times\vec{v}\Delta t|$ (voir cours et le Hecht) et elle reste donc constante « en des temps égaux », c'est-à-dire pour Δt fixe.

Partie I

5. Une masse *m* est attachée à un ressort horizontal de raideur *k* et glisse sans frottements sur une table horizontale. On écarte la masse de la position d'équilibre en allongeant le ressort.

a) Etablissez l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de l'allongement *x* du ressort.

(2 points)

b) Si, au lieu de lâcher la masse avec une vitesse initiale nulle, on lui communique une vitesse initiale v_0, quelle est l'expression de la vitesse de la masse lorsque le ressort reprend sa longueur au repos ?

(2 points)

a) L'énergie potentielle est l'opposée du travail des forces conservatives, ici la force de rappel élastique $\vec{F}=-kx\,\vec{1}_x$. Donc :

$$E_{pot}=-\int_0^x -k\,x\,dx=\frac{1}{2}k\,x^2$$

b) Par la conservation de l'énergie mécanique (pas de frottements) on peut écrire :

$E_{méc,i}=\frac{1}{2}k\,x^2+\frac{1}{2}m\,v_0^2=E_{méc,f}=\frac{1}{2}m\,v_f^2$, où v_f est la vitesse lorsque la masse passe par la position d'équilibre.

Donc :

$$v_f=\sqrt{\frac{k}{m}x^2+v_0^2}\ .$$

Partie II

6. Enoncez la loi de Bernouilli, en précisant toutes les grandeurs que vous introduisez. A l'aide de cette loi, expliquez, au choix, le tirage des cheminées ou le mécanisme d'aération des terriers des chiens de prairie.
(3 points)

Loi de Bernouilli : dans un fluide incompressible, non-visqueux et en écoulement laminaire, $p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho g h=cste$, où h est l'altitude considérée, p est la pression du fluide à cet endroit, ρ est la masse volumique du fluide, v sa vitesse à cet endroit et g l'accélération de la gravité.

Les gaz ne sont pas incompressibles, donc la loi de Bernouilli ne s'applique pas rigoureusement, cependant elle permet d'en comprendre le comportement.

Tirage des cheminées :

- le sommet de la cheminée est exposé au vent ; l'air y circule avec une vitesse non-nulle ;
- à la base de la cheminée, l'air est immobile, donc à plus haute pression qu'au sommet de la cheminée ;
- la différence de pression crée un appel d'air du bas vers le haut de la cheminée.

Aération des terriers des chiens de prairie :

- l'une des ouvertures du terrier est surélevée par rapport au sol, l'autre est au ras du sol ;
- comme la vitesse du vent est plus grande à mesure qu'on s'éloigne du sol, l'air proche de l'ouverture en hauteur est à plus basse pression que l'air au ras du sol ;
- l'air est donc aspiré dans le terrier et circule de l'ouverture au ras du sol à l'ouverture surélevée.

Partie II

7. Deux cordes de mêmes longueurs sont toutes deux fixées à leurs deux extrémités. Elles sont soumises à la même tension. La deuxième corde a une masse linéique deux fois plus grande que la première. Calculez le rapport entre les fréquences des modes de vibration fondamentaux de ces deux cordes.
(3 points)

La longueur d'onde du mode fondamental est $\lambda=2l$, où *l* est la longueur des cordes. La longueur d'onde est donc la même sur les deux cordes.

La longueur d'onde est liée à la fréquence *f* par : $\lambda=\frac{v}{f}$, où *v* est la vitesse de propagation de l'onde sur la corde et s'exprime en fonction de la tension *T* et la masse linéique μ comme : $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

Donc : $\frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$.

NOM, PRENOM (en majuscules) ..………………………..…………………….……

SECTION (barrer les mentions inutiles)

Biologie **Géographie** **Géologie** **Pharmacie**

PHYS-F-104

Physique 1

Examen du 28 août 2015

II. Exercices (20 points – 2 heures)

Justifiez toujours vos réponses. Les simples affirmations du type oui / non ne sont pas prises en compte. Seuls les éléments de réponse pertinents seront valorisés.

Les résultats numériques doivent être exprimés
- en unités du Système international ;
- avec la précision adéquate, sous peine d'être considérés comme incorrects.

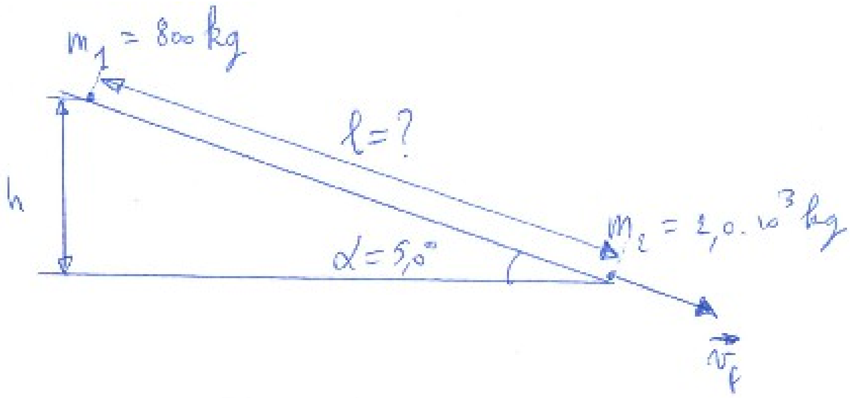
Le cas échéant, prenez $g = 10\ m\ s^{-2}$

Notes : **Q1 /4** **Q2 /4** **Q3 /4** **Q4 /4** **Q5 /4**

Note totale exercices : **/20**

Partie I

1. Une voiture de masse 800 kg dont on a oublié de serrer le frein à main descend le long d'une rue inclinée de 5,0 degrés par rapport à l'horizontale. Au bas de la rue, la voiture percute une fourgonnette à l'arrêt, d'une masse de 2,0 tonnes, et s'y encastre. Les véhicules poursuivent ensemble le mouvement et l'énergie cinétique totale est de 12 kJ juste après le choc. Quelle distance la voiture a-t-elle parcouru le long de la pente avant la collision ? On suppose qu'elle part à vitesse nulle et on néglige tous les frottements.
(4 points)



La voiture descend la pente sans frottements donc conservation de l'énergie mécanique lors de la descente. La voiture arrive au bas de la pente avec une vitesse v_1 donnée par :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h = m_1 g l \sin\alpha .$$

La collision avec la fourgonnette est parfaitement inélastique ; la vitesse finale v_f des deux véhicules après le choc est donnée par la conservation de la quantité de mouvement :

$$p_f = (m_1 + m_2) v_f = m_1 v_1$$

On donne l'énergie cinétique après le choc :

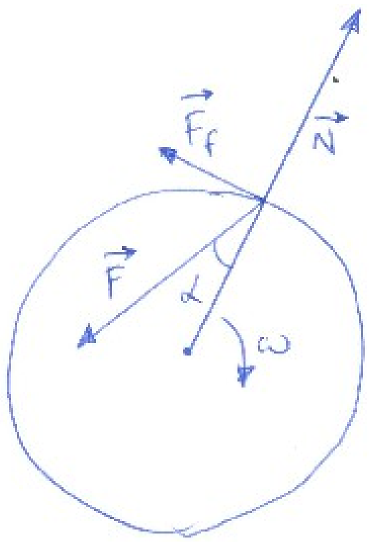
$$E_{cin,f} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = 12\, kJ .$$

En mettant tout ensemble :

$$l = \frac{v_1^2}{2 g \sin\alpha} = \frac{1}{2 g \sin\alpha}\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)^2 \left(\frac{2 E_{cin,f}}{m_1 + m_2}\right) = 0{,}574.12{,}25.8{,}58 = 60\, m .$$

Partie I

2 . Une meule à aiguiser les couteaux est constituée d'un disque homogène vertical, d'épaisseur constante, d'une masse de 1,0 kg et de 15 cm de rayon, qui tourne autour d'un axe horizontal passant par son centre. La meule est lancée à une vitesse de rotation de 200 tours par minute, puis elle est découplée du moteur. Elle tourne alors librement autour de l'axe. On appuie un couteau sur la tranche du disque, et la meule s'arrête en 3,7 secondes. Avec quelle force moyenne a-t-on appuyé le couteau contre la meule, et quel angle cette force fait-elle par rapport à la direction radiale, si le coefficient de frottement cinétique est de 0,40 ?
(4 points)



La force de frottement est tangentielle à la surface de contact ; c'est elle qui freine la rotation. Le moment de la force de frottement par rapport au centre O de la meule est, en norme : $|\vec{\tau}_O(\vec{F}_f)| = R F_f = |I_O \alpha|$, où R est le rayon et I_O le moment d'inertie de la meule, et α son accélération angulaire.

Pour la meule cylindrique : $I_O = \frac{1}{2} M R^2 = 0{,}01125\, kg.m^2$.

L'accélération angulaire est donnée par :

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{\frac{-200.2\pi}{60} rad/s}{3{,}7\, s} = -5{,}66\, rad/s^2 .$$

Donc $F_f = \frac{0{,}01125.5{,}66}{0{,}15} = 0{,}424\, N$.

La composante normale de la réaction de la meule est donnée par : $N = \frac{F_f}{\mu_c} = 1{,}06\, N$. Par la loi d'action-réaction, cette force est égale en norme et opposée en direction à la composante normale de la force avec laquelle on appuie le couteau.

Donc on a appuyé le couteau dans le sens indiqué sur le schéma, avec une intensité de $F = \sqrt{F_f^2 + N^2} = 1{,}1\, N$ avec un angle $\alpha = \arctan(F_f / N) = 22^0$ par rapport à la direction radiale.

Partie I

3. La planète Mars fait un tour sur elle-même en 1,03 jours terrestres. La masse volumique moyenne de Mars est de 3930 kg/m³. A quelle altitude faut-il placer un satellite artificiel en orbite équatoriale autour de Mars, de sorte que le satellite soit toujours au-dessus du même point de la surface de la planète ? Exprimez la réponse sous la forme du rapport entre le rayon de l'orbite et le rayon de la planète Mars.
(4 points)

3e loi de Kepler : le rayon de l'orbite et la vitesse angulaire du satellite sont liés par :

$r_O^3 = \frac{G M_M}{\omega^2}$, où M_M est la masse de Mars.

On fait apparaître le rayon r_M et la densité moyenne ρ_M de Mars par : $M_M = \frac{4}{3}\pi r_M^3 . \rho_M$, donc :

$$\left(\frac{r_O}{r_M}\right)^3 = \frac{G\frac{4}{3}\pi\rho_M}{\omega^2}$$

Comme le satellite tourne avec la même vitesse angulaire que Mars, $\omega = \frac{2\pi}{1{,}03.24.3600} = 7{,}06.10^{-5} rad/s.$

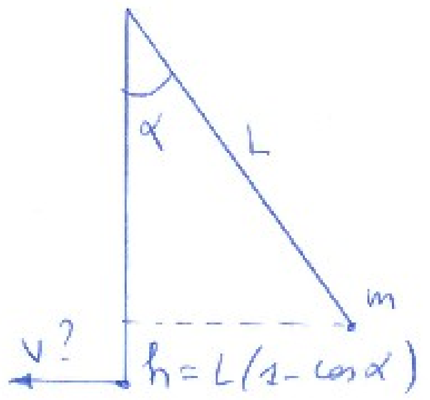
Alors :

$$\left(\frac{r_O}{r_M}\right)^3 = \frac{6{,}67.10^{-11}.\frac{4}{3}\pi.3930}{(7{,}06.10^{-5})^2} = 220.$$

Donc $\frac{r_O}{r_M} = 6{,}04.$

Partie II

4. Un pendule constitué d'une masse ponctuelle accrochée à un fil de masse négligeable oscille avec une amplitude de 0,24 radians. Sa période d'oscillation est de 3,14 secondes. Quelle est la vitesse de la masse aux moments du mouvement où le fil passe par la verticale ? Négligez l'effet des frottements.
(4 points)



Conservation de l 'énergie mécanique :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\,L(1-\cos\alpha)$$

donc

$$v=\sqrt{2g\,L(1-\cos\alpha)}\quad .$$

La longueur du fil est déterminée à partir de la période T du pendule, qui est donnée :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{donc} \quad L=\frac{g\,T^2}{4\pi^2} \quad .$$

Finalement :

$$v=\frac{g\,T}{\pi}\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}=\frac{31{,}4}{3{,}14}\sqrt{\frac{1-0{,}971}{2}}=1{,}2\,m/s.$$

Partie II

5. Deux barreaux conducteurs de même section et de même longueur sont raccordés en parallèle à une source de tension continue. Quel est le rapport des puissances dissipées dans les deux barreaux si la résistivité du premier barreau est le double de celle du deuxième barreau ?
(4 points)

Les deux barreaux en parallèle sont soumis à la même tension, donc :

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{(\frac{V^2}{R_2})}{(\frac{V^2}{R_1})}=\frac{R_1}{R_2} \quad .$$

Les barreaux sont de même géométrie, mais faits de matériaux de résistivités différentes :

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho_1 l/S}{\rho_2 l/S}=\frac{\rho_1}{\rho_2}=2.$$