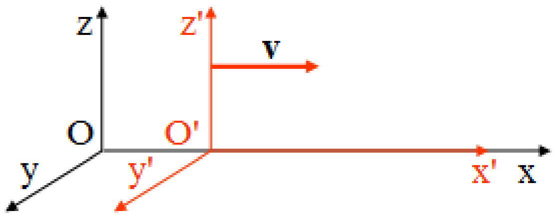
Les postulats de la mécanique classique

La mécanique classique repose sur trois axiomes, énoncés formellement par Newton et connus sous le nom de lois de Newton :

- **Première loi de Newton** (ou principe d'inertie) : un corps au repos tend à rester au repos ou un corps en mouvement tend à rester en mouvement à une vitesse constante, à moins qu'on lui applique une force extérieure.
- **Seconde loi de Newton** : l'accélération produite sur une masse m par une force **F** est directement proportionnelle à la force et inversement proportionnelle à la masse (**a**=F/m).
- **Troisième loi de Newton** : pour toute action il existe une réaction opposée en direction et égale en module.

Lois de transformation galiléennes



- Lois de transformation :

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

Généralisation aux lois physiques : échec de la physique classique

Mouvement et ondes électromagnétiques

- Equation des ondes électromagnétiques :

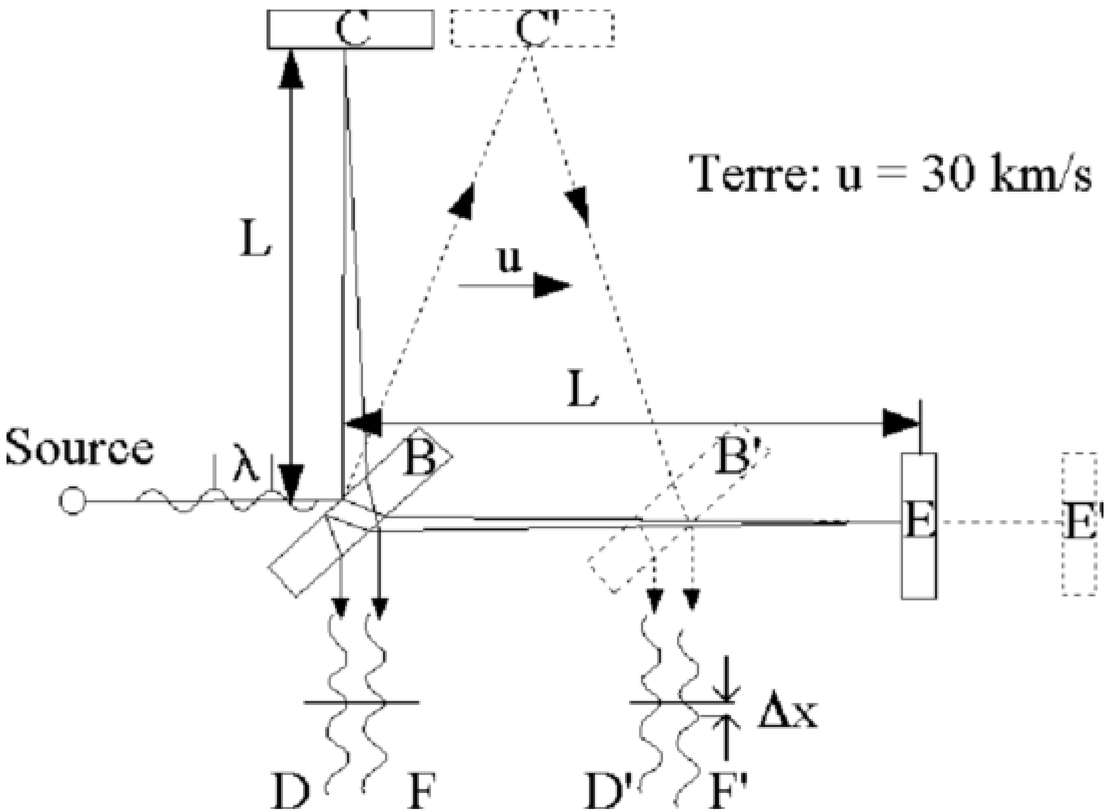
$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=0$$

- Dans un référentiel galiléen animé d'une vitesse v selon Ox :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}-\frac{v^2}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}+\frac{2v}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial x'}\frac{\partial\phi}{\partial t'}=0$$

- $\Rightarrow$ Equation des ondes électromagnétiques fausse ou lois du mouvement à revoir ?

Expérience de Michelson - Morley



Conclusions

- L ’éther n ’existe pas
- La vitesse de la lumière est constante : elle ne s ’ajoute pas au mouvement
- Mouvement uniforme ne peut être mis en évidence $\Rightarrow$ pas de référentiel absolu
- Les lois du mouvement doivent être modifiées pour en rendre compte
- $\Rightarrow$ élaboration d ’une nouvelle théorie du mouvement : la théorie de la relativité restreinte

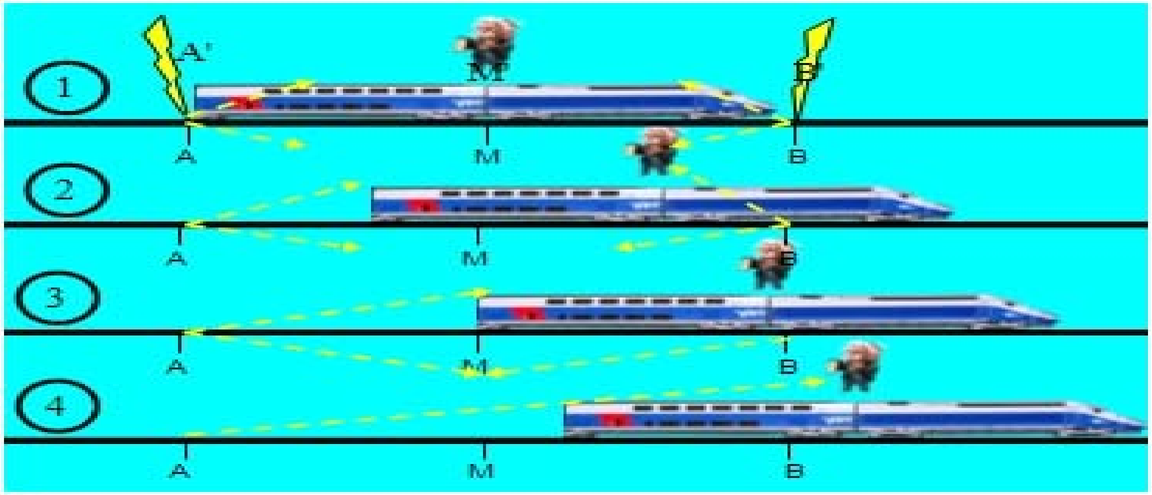
La relativité restreinte

Les nouveaux postulats

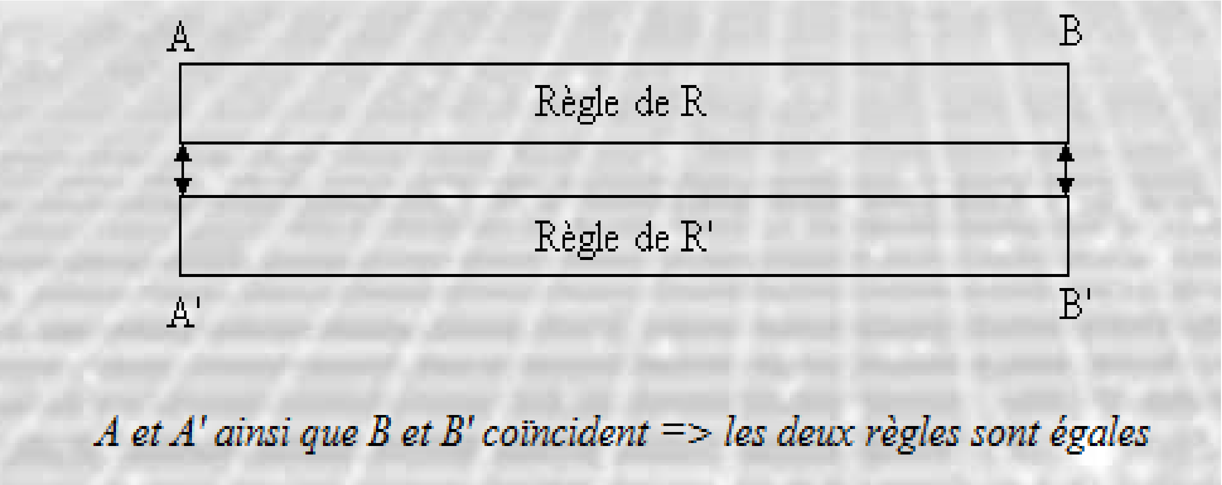
- Les deux postulats de la relativité restreinte s'énoncent donc ainsi :
- 1 : Les lois de la physique s'expriment de façon **équivalente** dans tous les référentiels galiléens.
- 2 : Dans le vide, la lumière se propage avec une vitesse constante c par rapport à n'importe quel référentiel galiléen, indépendamment du mouvement de la source.

RELATIVITÉ DE LA SIMULTANÉITÉ

- **Définition :** Deux événements qui se produisent en deux points A et B d'un même référentiel sont simultanés si et seulement si des signaux émis en A et en B arrivent en même temps au milieu M de [AB].
- **<u>Relativité de la simultanéité :</u>**



LA NOTION DE LONGUEUR



Naissance de l ’espace-temps

- Pour préserver les lois physiques d ’un référentiel à un autre, nouvelles lois de transformation : transformation de Lorentz

$$x' = \frac{x - \frac{v}{c} ct}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

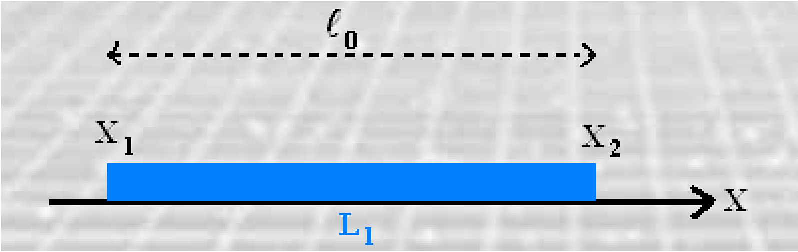
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$ct' = \frac{ct - \frac{v}{c} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

CONTRACTION DES LONGUEURS D'UN CORPS EN MOUVEMENT

- Chaque observateur est muni d'une règle de même longueur. Supposons que la règle L_1 liée à R soit placée parallèlement à l'axe Ox. Sa longueur est $l_o = x_2 - x_1$ (L_1 est au repos par rapport à R) comme l'illustre ce schéma :



- l_0 est la longueur propre. Pour R', L_1 est animée d'une vitesse v. Pour mesurer sa longueur, l'observateur de R' doit connaître les coordonnées x'_1 et x'_2 des extrémités de L_1, prises en un même instant t' dans R'.
- Nous avons donc les coordonnées x_1 et x_2 dans R et nous cherchons les coordonnées x'_1 et x'_2, dans R' (<=> on veut passer des coordonnées de R aux coordonnées de R'). On utilise donc cette formule de la transformation de Lorentz :

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \begin{cases} x_1' = x_1\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - vt' \\ x_2' = x_2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - vt' \end{cases}$$

=> La longueur de L_1 déterminée par l'observateur de R' est :

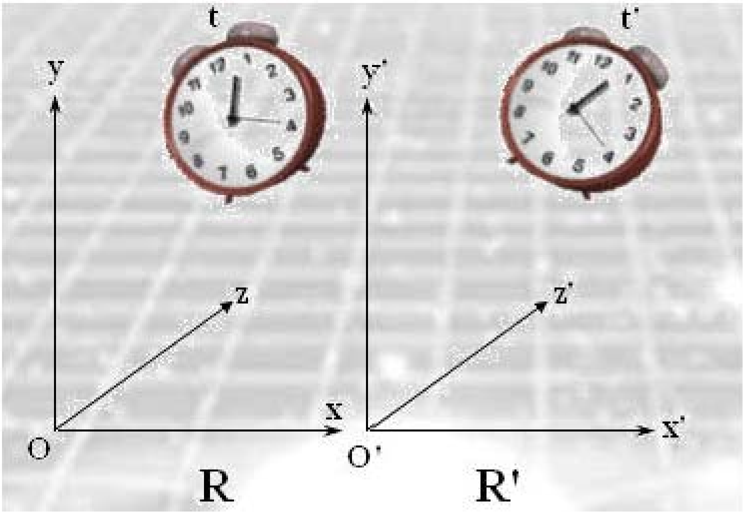
$$l' = x_2' - x_1' = \left(x_2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - vt'\right) - \left(x_1\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - vt'\right)$$

$$= (x_2 - x_1)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- L'observateur de R' trouve donc contraction de la longueur de L_1 . Il trouve donc que l'observateur de R utilise des étalons de longueur trop court. Mais cette conclusion doit être réciproque pour pouvoir satisfaire au principe de relativité (1^er postulat d'Einstein) : en effet, R doit observer une contraction de la règle L_2 de R' lorsqu'elle possède le même mouvement.

LA DILATATION DES DURÉES

- Nous avons vu à travers la relativité de la simultanéité et la transformation de Lorentz qu'il n'y a pas de temps absolu. Et comme pour les longueurs, nous allons voir que la mesure des durées est aussi modifiée par le mouvement.

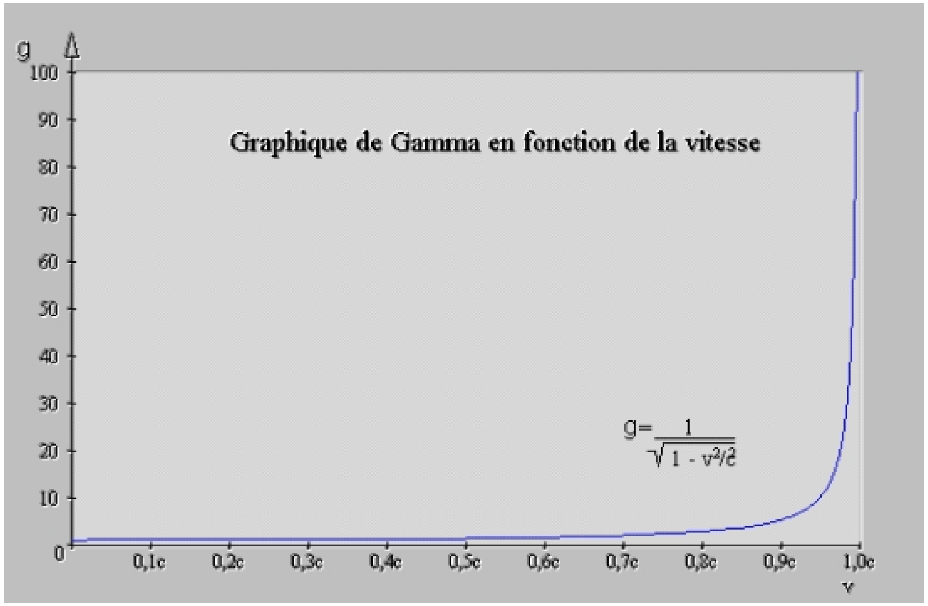


FACTEUR GAMMA ET EFFETS RELATIVISTES

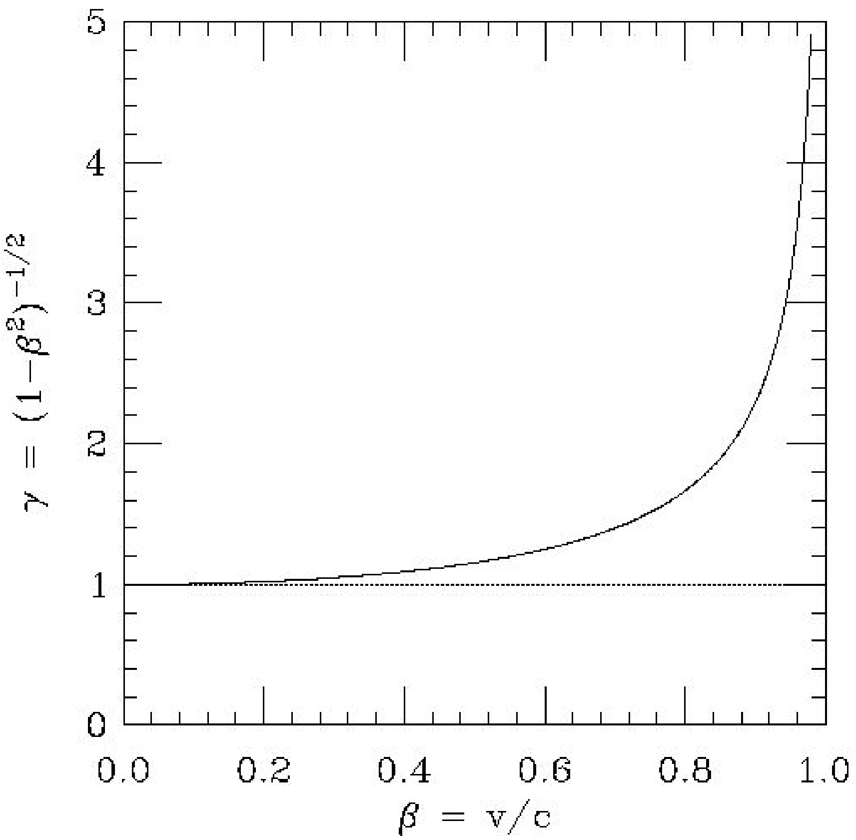
- nous avons vu aux que les longueurs se contractent et que les durées se dilatent lors d'un mouvement rectiligne uniforme. Nous avons aussi vu que la simultanéité est relative.
- Cependant, vous devez vous demandez pourquoi vous n'avez jamais ressenti et remarqué ceci, dans la vie de tous les jours. Par exemple, si vous faîtes un aller-retour Bruxelles - Paris et que partez votre montre et l'horloge de votre magnétoscope synchronisés, à votre retour, vous n'avez jamais remarqué (à juste titre) que votre montre avait du retard sur l'horloge de votre magnétoscope (si cela arrivait, je vous rassure, c'est la pile !).
- La réponse à cette question est toute simple : vous n'allez pas assez vite pour ressentir ces effets relativistes . Il faudrait en effet aller à une vitesse proche de celle de la lumière, c !!!!
- Vous avez sûrement remarqué un facteur commun qui revient dans la transformation de Lorentz, puis dans les formules de contraction des longueurs et de dilatation du temps. Ce facteur est appelé **facteur de Lorentz** ou **facteur gamma** :

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

- La clé du problème réside dans $\beta = v^2/c^2$, v étant la vitesse de l'objet qui se déplace par rapport à un référentiel, et c étant la vitesse de la lumière. Dans le cas des objets courants, v (scooter : 50 Km/h, voiture : 130 Km/h soit 36,1 m/s) est très inférieur à c = 299 792 458 m/s dans le vide. Le rapport v / c est donc très petit ce qui implique que v^2 / c^2 est encore plus petit (en particulier est <<1)! Ainsi $1 - v^2/c^2 > 0$. De plus, $1 - v^2 / c^2 < 1$ car un carré est positif => $(1/\gamma)^2 < 1$ et $\gamma > 0$ => $\gamma > 1$.
- Comme nous multiplions (ou divisons) les durées et les longueurs par ce facteur, dans la vie de tous les jours où les vitesses sont négligeables devant la célérité de la lumière, cela revient à multiplier (ou diviser) par 1 : **les durées et les longueurs restent inchangées**.
- Ceci peut se voir à l'aide de la courbe de la fonction $\gamma = f(v)$ (sur l'intervalle D = [0, c]) :



- Bien que f soit toujours croissante, ce n'est vraiment qu'à partir des 2/3 (sinon plus) que cette croissance est "rapide". Pour les vitesses courantes, on constate bien que la courbe est presque constante



- On peut faire le même graphique avec pour abscisse le rapport v / c et on observe la même phénomène .
- En conclusion, pour observer des effets relativistes, il faut atteindre une vitesse proche de celle de la lumière, ce que l'on arrive aujourd'hui à faire dans les accélérateurs de particules

Remarque :

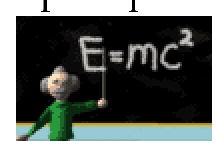
Le facteur gamma s'applique aussi à la masse. En effet, un objet de masse m_0 dans son "référentiel propre" R, ce dernier étant en mouvement rectiligne uniforme (comme d'habitude …) à une vitesse v par rapport à un référentiel R' qui vaudra selon un observateur de R' : $m' = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

soit $m' > m_0$. Pour des vitesses relativement faibles, on obtient une bonne approximation avec cette relation *(v<<c donc on fait un développement à l'ordre 1 en v/c)* :

$$m' \approx m_0\left(1+\frac{1}{2}\times\frac{v^2}{c^2}\right) = m_0 + \frac{1}{2}m_0\frac{v^2}{c^2}$$

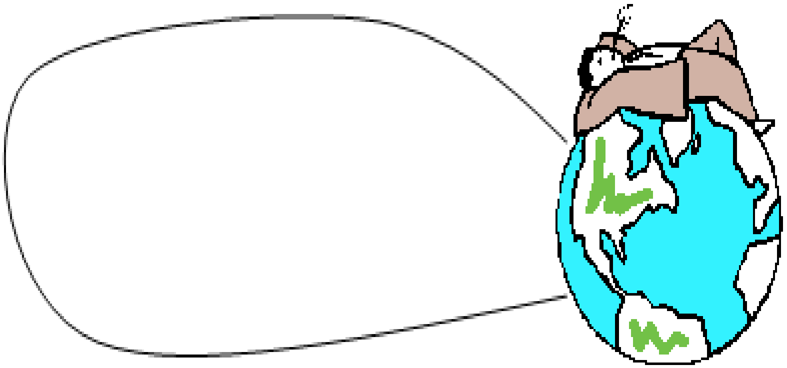
$$soit : mc^2 = m_0c^2 + \frac{1}{2}m_0v^2$$

$1/2\ mv^2$ est bien sûr l'énergie cinétique ! Il en résulte donc que mc^2 ainsi que m_0c^2 sont aussi des formes d'énergie : m_0c^2 est l'énergie de masse, énergie (très grande) qu'un corps possède au repos. En mouvement, il faut additionner cette forme énergie à l'énergie acquise par la vitesse : l'énergie cinétique. On aboutit alors à la célébrissime formule d'Einstein :



On peut donc dire que masse et énergie sont équivalentes ou encore, ce qui revient au même que l'énergie possède une masse : $m = E / c^2$ (Kg).
L'énergie cinétique correspond donc à la masse acquise pendant le mouvement : $E = mv^2/2 \Rightarrow m = 2E / v^2$.

LE PARADOXE DES JUMEAUX



- Sans parler du fait que la relativité restreinte n'a pas été comprise et acceptée dès le début, on découvrit très vite des paradoxes. Le plus célèbre, l'incontournable, est le paradoxe des jumeaux ou paradoxe de Langevin. Voici ce paradoxe :
- Deux vrais jumeaux, Fabien et Nicolas habitent sur Terre (Non !?!). Le premier, très ambitieux et ayant un avenir très prometteur, décide de faire un long voyage de plusieurs années dans l'univers afin de mieux le découvrir.
- Le vendredi 13 du 13ème mois de l'année 3113, il décide donc de partir avec son astronef qui atteint 98 % de la vitesse de la lumière c. Son frère Nicolas reste sur Terre et l'attend. Quand Fabien rentrera, les 2 frères jumeaux auront-ils le même âge ou l'un des deux sera-t-il plus vieux que l'autre ?

On peut tout d'abord se placer du point de vue de Nicolas, sur Terre. Pour lui, Fabien va très vite et son temps se ralentit. Quand il rentrera, Fabien sera plus jeune que lui, tout ridé.

Du point de vue de Fabien, c'est Nicolas qui est en mouvement et qui subit la dilatation des durées. Fabien rentrera donc plus vieux que Nicolas.

PARADOXE ???

Non !!! Il n'y a aucun paradoxe ! En effet, en faisant l'analyse que je viens de faire, j'ai oublié un détail très important ! Ce détail ? : le mouvement : dans la théorie de la relativité restreinte - et je n'est pas cessé de l'écrire - doit être rectiligne ET uniforme. Or, ces 2 points ne sont pas ici respectés partiellement :

- au départ, Fabien accélère pour atteindre les 98 % de c
- à l'arrivée, il décélère pour s'arrêter
- au milieu de son parcours, il décélère quand il fait demi-tour et change de référentiel.

Ce n'est donc pas avec la théorie de la relativité restreinte que l'on peut résoudre cet apparent paradoxe. La solution est donnée par la relativité générale

En effet, avec la relativité générale, Einstein généralise son principe de relativité à l'ensemble des référentiels (et plus seulement les référentiels galiléens). Alors est prise en compte la dilatation des durées due à l'accélération,

COMPOSITION DES VITESSES

Si notre mémoire est bonne, la transformation de Galilée induisait la loi classique d'addition des vitesses w = w' + v. Mais des expériences ont montré que cette loi est fausse. De plus la transformation de Galilée a été remplacée par la transformation de Lorentz : il faut donc trouver une nouvelle loi. (=> voir animation)

Pour la trouver, considérons une fusée F animée d'une vitesse constante w', w' ayant pour direction et pour sens Ox dans le référentiel R' (O', x', y', z'). Si on considère $t_0 = 0$ et $x_0 = 0$, on a x' = w't.

On a w' = la vitesse dans le référentiel R' de la fusée ; w = la vitesse de la fusée par rapport à R ; v : la vitesse de R' par rapport à R.

Dans R, on a aussi x = wt. Quelle est la vitesse w en fonction de w' et v, et w' en fonction de w et v ?

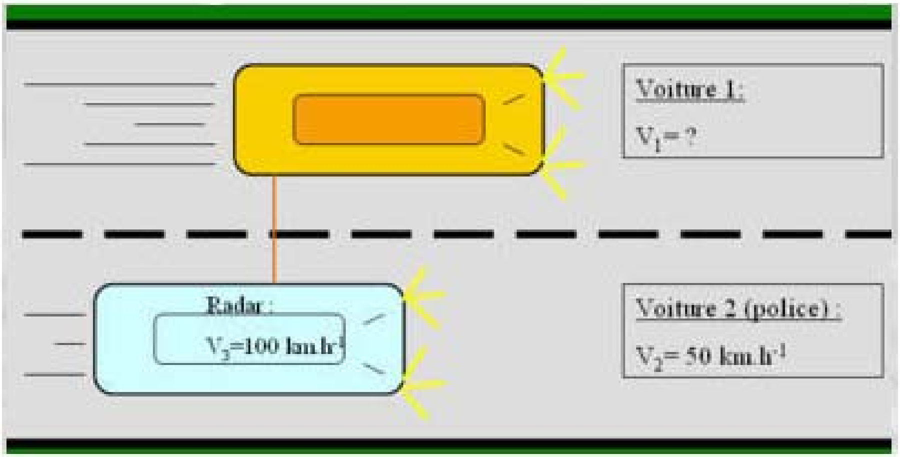
$$w = \frac{x}{t} = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \times \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{t'+\frac{v}{c^2}x'} = \frac{w't'+vt'}{t'+\frac{vw'}{c^2}t'} = \frac{t'(w'+v)}{t'\left(1+\frac{vw'}{c^2}\right)} = \frac{w'+v}{1+\frac{vw'}{c^2}}$$

$$w' = \frac{x'}{t'} = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \times \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{t-\frac{v}{c^2}x} = \frac{wt-vt}{t-\frac{vw}{c^2}t} = \frac{t(w-v)}{t\left(1-\frac{vw}{c^2}\right)} = \frac{w-v}{1-\frac{vw}{c^2}}$$

Nous pouvons donc retenir : $w = \dfrac{w' + v}{1 + \dfrac{v w'}{c^2}}$

Remarque : si w' et v sont des vitesses très petites (par rapport à c), vw' / c^2 devient négligeable et on retrouve la loi classique de simple additivité.

Exemple : Dans l'exemple de l'animation, on a :



Le radar installé dans la voiture de police qui roule à $V_2 = 50$ km.h^{-1} lit : $V_3 = 100$ km.h^{-1}(vitesse de la voiture 1 par rapport à la voiture 2)

- **Selon Galilée :**

Addition des vitesses : $V_1 = V_2 + V_3 = 100+50=150$ km.h^{-1}

- **Selon Einstein :**

On a : V_1=149,99999999999356105291635640245…km.h^{-1}, ce qui est sensiblement égal à 150 km.h^{-1} : Galilée n'avait pas si tort (pour des vitesses faibles).

Exemple : deux particules de lumière (des photons) s'éloignent l'une de l'autre. Le photon A va à la vitesse w' = - c par rapport à R et le photon B à v = + c. Quelle est leur vitesse relative d'éloignement ?

On est tenté de dire que w = c + c = 2c ! Mais non, car il faut appliquer la loi relativiste :

$$w = \frac{w' + v}{1 + \frac{vw'}{c^2}} = \frac{2c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c$$

Les deux photons s'éloignent donc avec **une vitesse relative de c** (et non 2c, on respecte bien le 2ème postulat !!!).