Corrigés de la séance 3
Chap 4: Les trois lois de Newton - La quantité de mouvement

Questions pour réfléchir

Q6. p.144. Le bombardier B-17 de la Seconde Guerre Mondiale (Fig. Q6) laissait tomber un "chapelet" de bombes. Expliquer pourquoi elles restent alignées en tombant.

Loi d'inertie: en l'absence de force horizontale, toutes les bombes gardent la même composante horizontale de la vitesse. En réalité, la force horizontale $\vec{F_H}$ n'est pas tout à fait nulle (frottement de l'air). Entre l'instant t_1 où la première bombe a été lâchée et l'instant t_2 où la photo a été prise, la première bombe perd une quantité de mouvement dans la direction horizontale $\Delta \vec{p_H} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F_H}(t)dt$. Mais comme les bombes sont alignées, on peut déduire que $\Delta \vec{p_H}$ est petite par rapport à la quantité de mouvement initiale: la vitesse horizontale de la première bombe n'a presque pas changé.

Q18. p.145. La Figure Q18 illustre la force exercée sur une balance électronique, lorsqu'une personne de 72,6 kg saute verticalement sur son plateau. La personne était debout, s'est accroupie, s'est redressée et a sauté. La force enregistrée est la différence entre la force normale (perpendiculaire au plateau) exercée sur le plateau et le poids de la personne. C'est pourquoi la force est nulle avant le saut. Expliquez comment vous pourriez utiliser ce graphique pour déterminer la vitesse de la personne lorsqu'elle a sauté.

Une indication positive (respectivement négative) du pèse-personne signifie que la personne exerce une force supérieure (respectivement inférieure) à son poids sur le plateau du pèse-personne. Par le principe d'action-réaction, le plateau exerce une force opposée sur la personne, donc une indication positive (resp. négative) signifie que le plateau exerce sur la personne une force supérieure (resp. inférieure) à son poids, et donc que le centre de gravité de la personne est accéléré vers le haut (resp. vers le bas). Donc nous comprenons à présent que:

- en phase (1), la réaction du pèse-personne est inférieure au poids; le centre de gravité accélère vers le bas; la personne commence à s'accroupir;
- entre les phases (1) et (2), la somme des forces est nulle; le centre de gravité descend à vitesse constante pendant un court instant;
- en phase (2), la personne exerce une poussée vers le bas, qui freine sa descente puis qui l'accélère vers le haut: la réaction du pèse-personne est plus grande que le poids.
- entre la fin de la phase (2) et le point (3), la personne continue à pousser sur le plateau mais moins fort que son propre poids; elle continue à monter mais elle est dejà freinée par la gravité;
- en (3) les pieds ne touchent plus le pèse-personne.

Du lien $\Delta\vec{P} = \vec{F_m}\Delta t$ entre la variation de quantité de mouvement et la force appliquée, la quantité de mouvement de la personne en un instant t avant l'instant (3) est égale à l'intégrale de la courbe représentée, depuis $t_0 = 0$ secondes jusqu'à l'instant t (la quantité de mouvement initiale étant nulle). Diviser par sa masse détermine alors sa vitesse. La vitesse initiale peut aussi être estimée d'après le temps que la personne passe en l'air.

Exercices

3. [I] p.147. Marc-Antoine étendu sur sa couche somnole la bouche ouverte et tournée vers le plafond. Cléopâtre s'approche, mutine, à 2,2136 m/s, une grappe à la main et lâche un grain de raisin d'une hauteur de 1,0000 m au-dessus de la bouche de Marc-Antoine. À quelle distance de ce dernier doit-elle lâcher le raisin pour qu'il atterrisse juste dans sa bouche ? Négliger la résistance de l'air et prendre g = 9,8000 m/s^2.

Du lien $h = \frac{1}{2}gt^2$ entre hauteur de chute h, accélération de la pesanteur g et durée de chute t, on déduit $t = \sqrt{2h/g} = 0,45152$ s. Pendant ce temps, la vitesse horizontale v_H du grain n'a pas changé: v_H = 2,2136 m/s (loi d'inertie; pas de force exercée sur le grain dans la direction horizontale). La distance horizontale parcourue pendant le temps t vaut donc $d_H = v_H \times t = 1,0000$ m.

(5.) [I] p.148. Une balle, tirée verticalement en l'air, atteint une hauteur de 110 m. Comparer avec la valeur théorique, obtenue en négligeant la résistance de l'air, sachant que la vitesse initiale de la balle est de 405 m/s ? Expliquer la différence.

La hauteur théorique h est liée à la vitesse par $h = v^2/(2g) = 8,36$ km. La différence avec la valeur réelle est due à la force de frottement de l'air. Celle-ci cause un freinage supplémentaire qui s'additionne à la force de la gravité.

13. [I] p.148. On tire sur les deux cordes attachées au crochet de la Fig. P13 avec des forces de 100 N et 200 N. Quel est le module et quelle est la direction de la force qui produirait le même effet ?

Les composantes horizontale F_x et verticale F_y de la résultante $\vec{F}$ sont les sommes algébriques des composantes des deux forces données: $F_x = (200\cos 30° + 100\cos 45°)$N et $F_y = (200\sin 30° + 100\sin 45°)$N. Nous avons alors les relations $F^2 = F_x^2 + F_y^2$ et $\tan\theta = F_y/F_x$ qui permettent de déterminer F et θ. Réponse: $F = 298$ N; $\theta = +35°$.

36. [I] p.150. Un marteau de 1 kg frappe un clou à la vitesse de 5 m/s et rebondit à la vitesse de 1 m/s. Supposant que l'impact a duré 1 ms, quelle était la force moyenne exercée sur le clou ?

De la relation $\Delta\vec{P} = \vec{F_m}\Delta t$, on déduit la force moyenne $\vec{F_m}$ exercée sur le marteau lorsque sa quantité de mouvement a varié de $\Delta\vec{P}$ pendant le temps Δt. Prenons la direction initiale du marteau comme sens positif des vitesses:

$$\Delta\vec{P} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1}) = 1\text{kg}.(-1\text{m/s} - 5\text{m/s}).\vec{1_v} = -6\text{kg m/s}.\vec{1_v}$$

La force exercée sur le marteau (par le clou) vaut donc:

$$\vec{F_m} = \Delta\vec{P}/\Delta t = -6\text{kg m/s}.\vec{1_v}/(10^{-3}\text{s}) = -6.10^3\text{N}.\vec{1_v}$$

Le signe est bien correct. La force exercée sur le clou est, par le principe d'action-réaction, égale en norme et opposée en direction:

$$\vec{F_c} = -\vec{F_m} = 6.10^3\text{N}.\vec{1_v}.$$

(35.) [I] p.150. Un joueur frappe une balle de 0,061 kg, dont la vitesse passe de zéro à 20 m/s. Pendant l'impact, le joueur subit une force moyenne de 100 N. Quelle était la durée de l'impact ?

Du lien $\Delta\vec{P} = \vec{F_m}\Delta t$ entre la variation de quantité de mouvement et l'impulsion appliquée, on déduit Δt car $\vec{F_m}$ est connue et $\Delta\vec{P} = m \times \Delta\vec{v}$ aussi. Réponse: $\Delta t = 0,012$ s.

59. [II] p.151. Une balle tirée dans l'argile mouillée décélère uniformément. Une balle de 10 g vient frapper un bloc d'argile à 200 m/s et s'arrête après avoir traversé 20 cm; quelle force moyenne exerce-t-elle sur le bloc ? Quelle force de frottement moyenne l'argile exerce-t-elle sur la balle ?

Prenons le sens du mouvement initial comme sens positif. La force de freinage exercée sur la balle sera $F_m = ma$. Pour trouver l'accélération, on utilise la formule du mouvement uniformément accéléré: $2as = v_f^2 - v_i^2$, donc $a = -v_i^2/(2s) = -4.10^4(\text{m/s})^2/(0,4\text{m}) = -10^5\text{m/s}^2$. Donc la force exercée sur la balle $F_m = 0,010\text{kg} \times (-10^5)\text{m/s}^2 = -10^3\text{N}$ (freinage). Par le principe d'action-réaction, la force exercée par la balle sur le bloc est égale en norme et opposée en direction.

(49.) [II] p.151. Le coeur humain pompe près de 57 g de sang dans l'aorte à chaque pulsation, qui dure environ 0,1 s. Pendant ce temps, cette quantité de sang est accélérée de l'arrêt à une vitesse de l'ordre de 50 cm/s. Calculer la force moyenne de propulsion exercée sur le sang par le coeur.

$F_m = m\Delta v/\Delta t = (0,057\text{kg}).(0,50\text{m/s})/(0,1\text{s}) = 0,3$ N.

63. [II] p.151. Un wagon de masse 10000 kg roule horizontalement à 20 m/s. Lorsqu'il passe sous un pont, 10 hommes de masse moyenne 90 kg se laissent tomber dans le wagon. Que devient la vitesse du wagon avec ses nouveaux passagers ?

Lorsque la résultante des forces extérieures est nulle, la quantité de mouvement totale est conservée. On applique cette loi au mouvement du système (wagon + passagers) dans la direction du mouvement du wagon. Initialement, on a

$$\vec{p}_{wagon}^{\,initiale} = m_{wagon}\vec{v}_{wagon}\,.$$

Les hommes "se laissent tomber": leur vitesse est purement verticale donc ils ne modifient pas la quantité de mouvement dans la direction horizontale. Dès lors:

$$\vec{p}_{totale}^{\,finale} = m_{wagon+passagers}\vec{v}_{wagon+passagers} = m_{wagon}\vec{v}_{wagon}.$$

D'où:

$$\vec{v}_{wagon+passagers} = m_{wagon}\vec{v}_{wagon}/m_{wagon+passagers}\,.$$

Le module de la vitesse du wagon est donc

$$v = (10000\text{kg})(20\text{m/s})/(10900\text{kg}) = 18\text{m/s}.$$

64. [II] p.151. Un astronaute de 90 kg, flottant dans l'espace, porte une caméra de TV de 1,0 kg et un paquet de batteries de 10 kg. Il dérive vers le vaisseau spatial. Pour y retourner plus vite, il lance d'abord la caméra puis les batteries vers l'arrière à la vitesse de 10 m/s. Quel est l'accroissement de sa vitesse après chaque lancement ?

Lorsque la résultante des forces extérieures est nulle, la quantité de mouvement totale est conservée. On applique cette loi au mouvement du système (astronaute

+ caméra + batteries) dans la direction du mouvement de l'astronaute.

$$\vec{p}_1 = (m_a + m_c + m_b)\vec{v}_1 \, ,$$

où m_a, m_c et m_b désignent respectivement les masses de l'astronaute, de la caméra et des batteries. Après avoir jeté la caméra qui se déplace avec une vitesse $\vec{v}_c$, la quantité de mouvement totale vaut:

$$\vec{p}_2 = (m_a + m_b)\vec{v}_2 + m_c\vec{v}_c \, .$$

Par la conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1 \, ,$$

nous avons

$$\vec{v}_2 = \frac{(m_a + m_c + m_b)\vec{v}_1 - m_c\vec{v}_c}{m_a + m_b} \, .$$

L'accroissement de vitesse de l'astronaute vaut donc:

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \frac{(m_a + m_c + m_b)\vec{v}_1 - m_c\vec{v}_c - (m_a + m_b)\vec{v}_1}{m_a + m_b} = -\frac{m_c}{m_a + m_b}(\vec{v}_c - \vec{v}_1) \, .$$

Or $\vec{v}_c - \vec{v}_1$ est la vitesse de la caméra par rapport à l'astronaute, de module égal à 10 m/s. Le module de $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ est donc $(1 \text{ kg}).(10 \text{ m/s})/(100 \text{ kg}) = 0,1$ m/s. Par un calcul similaire, l'accroissement de vitesse de l'astronaute après le lancement des batteries avec une vitesse relative $\vec{v}_b - \vec{v}_2$ vaudra:

$$\vec{v}_3 - \vec{v}_2 = -\frac{m_b}{m_a}(\vec{v}_b - \vec{v}_2)$$

de module égal à $(10 \text{ kg}) \times (10 \text{ m/s})/(90 \text{ kg}) = 1,1$ m/s.

65. [II] p.151. Un patineur sur glace d'une masse de 55,0 kg, d'abord au repos, jette une boule de neige de masse 200 g à la vitesse de 20,0 km/h dans une direction horizontale. Négligeant les frottements, décrire en détail le mouvement résultant du patineur.

La vitesse finale du patineur se déduit de la loi de conservation de la quantité de mouvement:

$$\vec{p}^{\,initiale}_{totale} = \vec{0} = \vec{p}^{\,finale}_{totale} = m_{patineur}\vec{v}_{patineur} + m_{boule}\vec{v}_{boule}$$

D'où:

$$\vec{v}_{patineur} = -m_{boule}\vec{v}_{boule}/m_{patineur} \, .$$

Le module de la vitesse du patineur est donc

$$v_{patineur} = -(0,200\text{kg})(20,0\text{km/h})/(55,0\text{kg}) = -72,7\text{m/h} \, ,$$

soit $0,0202$ m/s dans la direction opposée à la boule. Durant le lancer, le patineur communique une accélération à la boule et accélère lui-même dans la direction opposée. Les vitesses du patineur et de la boule varient mais à tout instant t, la quantité de mouvement totale est conservée:

$$m_{patineur}\vec{v}_{patineur}(t) + m_{boule}\vec{v}_{boule}(t) = \vec{0}.$$

Lorsque le patineur a lâché la boule, lui et la boule s'éloignent l'un de l'autre à vitesses constantes.

33. [III] p.150. Le moteur d'une fusée éjecte 1000 kg de gaz par seconde à une vitesse de 2 km/s. Calculer la poussée de ce moteur. Qu'est-ce qui fait avancer la fusée ?

Prenons le sens du mouvement de la fusée comme sens positif. En une seconde, la variation de quantité de mouvement des gaz est

$$\Delta p_{\text{gaz}} = 1000 \text{ kg} \times (-2) \text{ km/s} = (-2.10^6) \text{ kg.m/s}.$$

La quantité de mouvement du système (fusée + gaz) est conservée, donc

$$\Delta p_{\text{fusée}} = -\Delta p_{\text{gaz}}.$$

La force exercée sur la fusée, c'est-à-dire la poussée du moteur, s'obtient par la seconde loi de Newton

$$\Delta p_{\text{fusée}} = F_m \Delta t,$$

donc

$$F_m = 2.10^6 \text{ N}.$$

(75.) [III] p.152. Lors d'un entraînement en Alaska en 1955, un parachutiste américain a sauté d'une altitude de 366 m, mais il n'a pas pu ouvrir son parachute. On l'a trouvé, vivant et étendu sur le dos dans un cratère profond de 110 cm dans la neige avec une fracture partielle de la clavicule. Calculer la force moyenne qui agissait sur lui quand il s'enfoncait dans la neige. Supposer que la décélération était constante, que sa masse était de 90 kg et que sa vitesse limite était 193 km/h.

Prenons le sens du mouvement initial comme sens positif. Selon l'équation du mouvement uniformément accéléré

$$s = \frac{1}{2} v_1 \Delta t,$$

où s est la profondeur du cratère et $v_1 = 193$ km/h $= 53,6$ m/s la vitesse au moment de l'impact, donc

$$\Delta t = 0,0398 \text{ s}.$$

En notant v_2 la vitesse finale, la force moyenne vaut:

$$\begin{aligned} F_m &= m\Delta v/\Delta t = m(v_2 - v_1)/\Delta t \\ &= 90 \text{ kg} \times (0 - 53,6 \text{ m/s})/(0,0398 \text{ s}) = -120000 \text{ N.} \end{aligned}$$

On voit que le parachutiste a subi une force égale à 136 fois son poids !

QUESTIONS D'EXAMENS

AOUT 2007. Un wagon-citerne pesant 4 tonnes est rempli de 30 m^3 d'eau. Il est lancé à la vitesse de 6 km/h sur une voie de chemin de fer horizontale. On ouvre une vanne située sous le wagon et l'eau s'écoule à raison de 10 litres par seconde. Quelle est la vitesse du wagon après 1 minute ? On néglige tous les effets de frottement.

A chaque instant, la composante horizontale de la quantité de mouvement totale (wagon + eau restante + eau écoulée) reste constante. Par inertie, la partie de l'eau qui s'échappe conserve sa vitesse horizontale, et donc la quantité de mouvement horizontale qu'elle avait dans le wagon. Par conséquent, le wagon et l'eau qu'il contient encore conservent aussi exactement leur quantité de mouvement, et donc leur vitesse. La vitesse reste donc inchangée.

AOUT 2006. Au port de Bruxelles, un wagon ouvert de 3000 kg roule à l'horizontale, à une vitesse constante de 5,4 km/h. Il passe sous un tapis roulant, qui le charge de 12 tonnes de sable. Quelle sera sa vitesse lorsqu'il sera chargé ? On néglige les frottements.

Conservation de la composante horizontale de la quantité de mouvement:

$$\begin{aligned} p_i = m_i v_i &= (3000 \text{ kg}).(5,4 \text{ km/h}) \\ p_f = m_f v_f &= (15000 \text{ kg}).v_f = p_i \\ v_f = \frac{(3000 \text{ kg}).(5,4 \text{ km/h})}{15000 \text{ kg}} &= 1,1 \text{ km/h} \end{aligned}$$

AOUT 2005. Une grenade suspendue à un fil explose en trois fragments. Le premier, qui a une masse de 40 g, part horizontalement vers la gauche avec une vitesse de 100 m/s. Le deuxième, d'une masse de 80 g, part horizontalement vers la droite en faisant un angle de 60^o (compté dans le sens trigonométrique) avec la direction du premier, également avec une vitesse de 100 m/s. La masse du troisième étant de 40 g, quelles sont la grandeur de sa vitesse et sa direction ?

La grenade est au repos, sa quantité de mouvement est nulle. Après l'explosion, la somme (vectorielle) des quantités de mouvement des trois fragments doit donc également être nulle.
Appelons Ox l'axe horizontal défini par le premier fragment, avec les x positifs vers la droite, Oy l'axe horizontal qui lui est perpendiculaire, et Oz l'axe vertical. On a donc trois équations scalaires:

$$\begin{aligned} p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} = 0 &\Rightarrow p_{3x} = -p_{1x} - p_{2x} \\ p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} = 0 &\Rightarrow p_{3y} = -p_{1y} - p_{2y} \\ p_{1z} + p_{2z} + p_{3z} = 0 &\Rightarrow p_{3z} = -p_{1z} - p_{2z}\,. \end{aligned}$$

Fragment 1:

$$\begin{aligned} p_{1x} = m_1 v_{1x} = 0,040.(-100) \text{ kg m/s} = -4,0 \text{ kg m/s} \\ p_{1y} = 0 \\ p_{1z} = 0 \end{aligned}$$

Fragment 2:

$$\begin{aligned} p_{2x} = m_2 v_{2x} = 0,080.100.\cos(60^\circ) \text{ kg m/s} = 4,0 \text{ kg m/s} \\ p_{2y} = m_2 v_{2y} = 0,080.100.\sin(60^\circ) \text{ kg m/s} = 6,9 \text{ kg m/s} \\ p_{2z} = 0 \end{aligned}$$

Fragment 3:

$$\begin{aligned} p_{3x} = -p_{1x} - p_{2x} = (4,0 - 4,0) \text{ kg m/s} = 0 \text{ kg m/s} \\ p_{3y} = -p_{1y} - p_{2y} = -6,9 \text{ kg m/s} \\ \Rightarrow v_{3y} = p_{3y}/m_3 = -6,9/0,040 \text{ m/s} = -170 \text{ m/s} \\ p_{3z} = 0 \end{aligned}$$